

Tassonomie celesti: algebre delle gerarchie angeliche e demoniache

Parte I: Fondamenti teorici e la struttura dionisiana

Introduzione: la matematica dell'ineffabile

La ricerca di un ordine sistematico nel dominio del sacro e del soprannaturale rappresenta una delle più affascinanti intersezioni tra pensiero religioso, filosofia e strutture formali che l'ingegno umano abbia mai concepito. Quando le tradizioni mistiche e teologiche hanno elaborato complesse gerarchie di entità spirituali, hanno inconsapevolmente creato sistemi che possono essere analizzati attraverso gli strumenti della matematica moderna, in particolare della teoria degli ordini, della teoria dei grafi, dell'algebra astratta e della teoria degli insiemi. Questo trattato si propone di esplorare come le classificazioni celesti e infernali elaborate dalle diverse tradizioni religiose possano essere interpretate come strutture algebriche rigorose, rivelando sorprendenti corrispondenze tra l'organizzazione del cosmo spirituale e i formalismi matematici contemporanei.

L'idea che il divino possa essere sottoposto a classificazione sistematica non è affatto nuova. Già nelle culture mesopotamiche si trovano liste di divinità ordinate secondo principi gerarchici, mentre nella tradizione ebraica la Cabala ha sviluppato elaborati schemi di emanazioni divine attraverso l'Albero della Vita con le sue dieci Sephiroth. Tuttavia, è con il cristianesimo tardo antico e medievale che questa tendenza alla sistematizzazione raggiunge il suo apice, particolarmente nell'opera attribuita a Dionigi l'Areopagita, che ha fornito alla teologia occidentale la struttura angelologica più influente e duratura.

La modernità ha apportato strumenti concettuali che permettono di rileggere queste antiche classificazioni con occhi nuovi. La teoria degli ordini parziali, sviluppata nel contesto della matematica del ventesimo secolo, offre un linguaggio preciso per descrivere relazioni gerarchiche che non sono necessariamente lineari. La teoria dei grafi permette di visualizzare e analizzare le complesse reti di relazioni tra entità divine. L'algebra booleana fornisce un framework per comprendere i sistemi dualistici che oppongono luce e tenebra, bene e male. La teoria degli insiemi fuzzy, infine, consente di affrontare quelle classificazioni dove i confini tra categorie sono sfumati e le appartenenze sono questioni di grado piuttosto che di assoluta inclusione o esclusione.

Questo approccio non intende ridurre il sacro a mero formalismo matematico, né pretende di svuotare di significato spirituale queste elaborate cosmologie. Al contrario, l'analisi strutturale può rivelare la profonda coerenza interna di questi sistemi, la loro sofisticazione logica e la loro capacità di rappresentare intuizioni complesse sulla natura della realtà spirituale attraverso architetture concettuali rigorose. Come ha osservato il matematico e

teologo John Polkinghorne, la presenza di strutture matematiche nella descrizione di fenomeni complessi non è segno di riduzionismo, ma piuttosto testimonianza di un ordine sottostante che trascende le apparenze superficiali.

La gerarchia celeste di Dionigi l'Areopagita: fondamenti teologici

L'opera nota come "De Caelesti Hierarchia" (Sulla gerarchia celeste), composta probabilmente tra la fine del quinto e l'inizio del sesto secolo e attribuita erroneamente a Dionigi l'Areopagita convertito da San Paolo, rappresenta il tentativo più sistematico e influente di organizzare il mondo angelico secondo principi razionali e teologicamente coerenti. L'autore, oggi identificato dagli studiosi come Pseudo-Dionigi, era probabilmente un monaco siriano fortemente influenzato dal neoplatonismo, in particolare dalla filosofia di Proclo, che aveva elaborato una complessa metafisica delle emanazioni divine.

La gerarchia dionisiana si fonda su alcuni principi teologici fondamentali. Il primo è quello della processione: tutte le creature spirituali procedono da Dio come da una fonte di luce inesauribile, secondo un ordine che riflette la loro maggiore o minore prossimità all'origine divina. Il secondo principio è quello dell'illuminazione: le creature superiori ricevono la luce divina in modo più immediato e la trasmettono a quelle inferiori attraverso un processo di mediazione gerarchica. Il terzo principio è quello del ritorno: tutte le creature sono orientate verso la loro origine divina attraverso un movimento di conversione che risale la scala gerarchica.

Dionigi organizza gli angeli in tre triadi o ternari, ciascuno composto da tre ordini o cori, per un totale di nove categorie distinte. Questa struttura ternaria non è casuale, ma riflette la teologia trinitaria cristiana, dove il numero tre assume un valore simbolico fondamentale come espressione della perfezione divina. Ogni triade rappresenta un diverso modo di partecipazione alla vita divina e un diverso grado di prossimità alla fonte trascendente.

La prima triade, la più elevata, comprende i Serafini, i Cherubini e i Troni. Questi ordini angelici sono caratterizzati dalla loro immediata vicinanza a Dio e dalla loro contemplazione diretta dell'essenza divina. I Serafini, il cui nome deriva dall'ebraico "saraph" che significa "bruciare", sono gli angeli dell'amore ardente, completamente consumati dalla fiamma dell'amore divino. Dionigi li descrive come creature in perpetuo movimento circolare intorno al trono divino, in una danza estatica che esprime l'intensità della loro partecipazione alla vita trinitaria. I Cherubini, il cui nome significa "pienezza di conoscenza", sono gli angeli della sapienza, che contemplan la bellezza delle idee divine e comprendono i misteri più profondi della creazione. I Troni, infine, rappresentano la stabilità della giustizia divina e sono il fondamento su cui poggia l'ordine cosmico, manifestando l'immutabilità e l'equità del giudizio divino.

La seconda triade comprende le Dominazioni, le Virtù e le Potestà. Questi ordini costituiscono la gerarchia intermedia e hanno il compito di governare e regolare le operazioni delle creature inferiori. Le Dominazioni esercitano un'autorità universale sugli ordini angelici sottostanti, coordinando le loro attività e assicurando che tutto proceda secondo il piano divino. Le Virtù sono gli agenti attraverso cui si manifestano i miracoli e le opere straordinarie che superano le leggi ordinarie della natura, diffondendo nel cosmo la potenza divina. Le Potestà combattono contro le forze spirituali del male e proteggono

l'ordine cosmico dalle incursioni delle potenze demoniache, rappresentando la dimensione guerriera e difensiva della provvidenza divina.

La terza e ultima triade comprende i Principati, gli Arcangeli e gli Angeli propriamente detti. Questi ordini sono i più vicini al mondo materiale e umano e hanno funzioni specifiche nella provvidenza particolare. I Principati presiedono ai destini delle nazioni, dei popoli e delle comunità umane, guidando il corso della storia secondo i disegni divini. Gli Arcangeli sono i messaggeri che portano rivelazioni importanti e guidano eventi di particolare significato nella storia della salvezza, come l'annuncio di eventi cruciali o la guida di figure profetiche. Gli Angeli, infine, sono gli spiriti custodi che accompagnano gli individui nel loro percorso terreno, proteggendoli dai pericoli spirituali e materiali e ispirandoli verso il bene.

Questa struttura non è meramente descrittiva, ma riflette una precisa ontologia della mediazione. Dionigi insiste sul fatto che la luce divina non scende direttamente da Dio agli ordini inferiori, ma procede attraverso una serie di mediazioni gerarchiche. I Serafini ricevono l'illuminazione direttamente da Dio, i Cherubini la ricevono attraverso i Serafini, i Troni attraverso i Cherubini, e così via fino agli Angeli custodi che illuminano direttamente le anime umane. Questo principio di mediazione gerarchica esprime una visione del cosmo come ordinata processione dall'Uno ai molti, dove ogni livello di realtà è necessario per collegare quello superiore a quello inferiore.

Struttura matematica della gerarchia dionisiana: il poset parzialmente ordinato

La gerarchia angelica di Dionigi può essere formalmente analizzata come un insieme parzialmente ordinato, comunemente abbreviato in poset (dall'inglese "partially ordered set"). Un poset è una coppia $(P, \leq)$ dove P è un insieme e $\leq$ è una relazione binaria su P che soddisfa tre proprietà fondamentali: la riflessività (ogni elemento è in relazione con se stesso: $a \leq a$ per ogni a in P), l'antisimmetria (se $a \leq b$ e $b \leq a$, allora $a = b$) e la transitività (se $a \leq b$ e $b \leq c$, allora $a \leq c$).

Nel caso della gerarchia dionisiana, l'insieme P è costituito dai nove ordini angelici: $P = \{\text{Serafini, Cherubini, Troni, Dominazioni, Virtù, Potestà, Principati, Arcangeli, Angeli}\}$. La relazione $\leq$ può essere interpretata come "è gerarchicamente superiore o uguale a", oppure, in termini teologici più precisi, "riceve l'illuminazione divina più direttamente di o allo stesso livello di". Questa relazione soddisfa chiaramente le tre proprietà richieste per un ordine parziale.

La riflessività è ovvia: ogni ordine angelico riceve l'illuminazione allo stesso livello di se stesso, quindi $\text{Serafini} \leq \text{Serafini}$, $\text{Cherubini} \leq \text{Cherubini}$, e così via. L'antisimmetria garantisce che se un ordine A riceve l'illuminazione più direttamente di un ordine B , e contemporaneamente B riceve l'illuminazione più direttamente di A , allora A e B devono essere lo stesso ordine, il che esclude circolarità nella gerarchia. La transitività assicura la coerenza della catena di mediazione: se i Serafini sono superiori ai Cherubini e i Cherubini sono superiori ai Troni, allora i Serafini sono necessariamente superiori ai Troni.

Tuttavia, la caratteristica distintiva di questo poset è che si tratta di un ordine totale (o lineare) piuttosto che meramente parziale. In un ordine totale, per ogni coppia di elementi

distinti a e b , si ha sempre o $a \leq b$ o $b \leq a$, il che significa che ogni coppia di elementi è confrontabile. Nella gerarchia dionisiana, ogni ordine angelico occupa una posizione precisa e unica nella scala gerarchica, senza ambiguità o elementi incomparabili. Possiamo quindi scrivere la catena completa come:

Serafini > Cherubini > Troni > Dominazioni > Virtù > Potestà > Principati > Arcangeli > Angeli

dove il simbolo > indica la relazione di superiorità stretta (che esclude l'uguaglianza).

Questa totalità dell'ordine riflette la visione teologica di Dionigi secondo cui la provvidenza divina ha assegnato a ogni creatura spirituale un posto preciso e immutabile nella gerarchia dell'essere. Non esistono angeli che occupino posizioni ambigue o incomparabili, né esistono più ordini sullo stesso livello gerarchico, a differenza di quanto accade in alcune altre angelologie medievali che ammettono pluralità di ordini equipollenti.

La struttura può essere ulteriormente raffinata considerando la suddivisione in triadi. Possiamo definire tre sottoinsiemi disgiunti:

$T_1 = \{\text{Serafini, Cherubini, Troni}\}$ $T_2 = \{\text{Dominazioni, Virtù, Potestà}\}$ $T_3 = \{\text{Principati, Arcangeli, Angeli}\}$

dove T_1 rappresenta la triade suprema, T_2 la triade intermedia e T_3 la triade inferiore. Questi sottoinsiemi formano una partizione di P , poiché sono disgiunti e la loro unione restituisce l'intero insieme: $T_1 \cup T_2 \cup T_3 = P$ e $T_1 \cap T_2 = T_2 \cap T_3 = T_1 \cap T_3 = \emptyset$.

Possiamo inoltre definire una funzione di rango $r: P \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ che assegna a ogni ordine angelico il suo livello nella gerarchia, con $r(\text{Serafini}) = 1$ (il rango più alto) e $r(\text{Angeli}) = 9$ (il rango più basso). Questa funzione di rango è strettamente decrescente rispetto alla superiorità gerarchica: se $a > b$ nella gerarchia, allora $r(a) < r(b)$.

Analogamente, possiamo definire una funzione di triade $\tau: P \rightarrow \{1, 2, 3\}$ dove $\tau(a) = 1$ se $a \in T_1$, $\tau(a) = 2$ se $a \in T_2$, e $\tau(a) = 3$ se $a \in T_3$. Questa funzione cattura la struttura ternaria della gerarchia e soddisfa anch'essa una proprietà di monotonia: se $a > b$, allora $\tau(a) \leq \tau(b)$.

Il diagramma di Hasse e la visualizzazione grafica della gerarchia

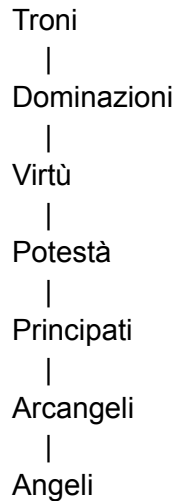
Il modo più intuitivo per visualizzare un ordine parziale è attraverso il diagramma di Hasse, una rappresentazione grafica che mostra gli elementi come nodi e le relazioni di copertura come archi orientati. Due elementi a e b sono in relazione di copertura se $a > b$ e non esiste alcun elemento c tale che $a > c > b$, ossia b è immediatamente inferiore ad a senza elementi intermedi.

Nel caso della gerarchia dionisiana, essendo un ordine totale, il diagramma di Hasse assume la forma di una catena lineare discendente:

```

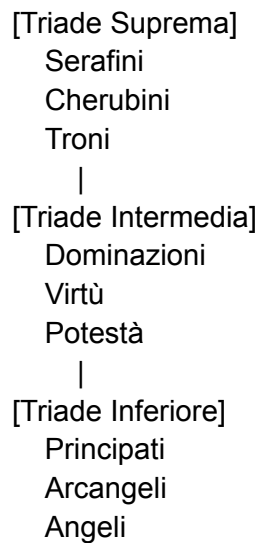
Serafini
|
Cherubini
|

```



Ogni ordine è collegato direttamente solo a quello immediatamente superiore e a quello immediatamente inferiore. Questa linearità perfetta distingue la gerarchia dionisiana da strutture più complesse come i reticoli (lattices), dove elementi possono avere più predecessori o successori immediati.

Tuttavia, se vogliamo rappresentare anche la struttura triadica, possiamo utilizzare un diagramma stratificato che evidenzia i tre livelli principali:



In questa rappresentazione, i collegamenti verticali tra le triadi rappresentano il flusso dell'illuminazione divina che discende dalla triade suprema attraverso quella intermedia fino a quella inferiore. All'interno di ogni triade, l'ordine gerarchico è preservato, ma la rappresentazione visiva enfatizza la divisione ternaria.

Un'altra possibilità è rappresentare la gerarchia come un grafo diretto aciclico (DAG, Directed Acyclic Graph) dove ogni nodo rappresenta un ordine angelico e gli archi rappresentano la relazione "illumina direttamente". In questa rappresentazione, avremmo un percorso unico dalla sorgente (Serafini) al pozzo (Angeli), passando attraverso tutti gli ordini

intermedi. La proprietà di aciclicità (assenza di cicli) garantisce che non esistano loop nella catena di illuminazione, il che riflette l'impossibilità teologica che un ordine inferiore illumini un ordine superiore.

Operazioni e proprietà algebriche sul poset angelico

Oltre alla semplice relazione d'ordine, possiamo definire diverse operazioni e proprietà algebriche sul poset della gerarchia angelica che ne rivelano ulteriori aspetti strutturali.

Consideriamo innanzitutto le operazioni di supremo (sup) e infimo (inf), fondamentali nella teoria dei reticoli. Per due ordini angelici a e b , il supremo $\sup(a, b)$ è il più piccolo elemento che è maggiore o uguale sia ad a che a b , mentre l'infimo $\inf(a, b)$ è il più grande elemento che è minore o uguale sia ad a che a b . Nel nostro ordine totale, queste operazioni sono banalmente definite:

$\sup(a, b) = \max(a, b)$ (l'ordine superiore tra i due) $\inf(a, b) = \min(a, b)$ (l'ordine inferiore tra i due)

Ad esempio, $\sup(\text{Cherubini}, \text{Potestà}) = \text{Cherubini}$ (essendo più alto nella gerarchia) e $\inf(\text{Cherubini}, \text{Potestà}) = \text{Potestà}$.

Possiamo estendere queste operazioni a insiemi arbitrari di ordini angelici. Per un sottoinsieme $S \subseteq P$, il supremo di S è l'ordine angelico più basso che è comunque superiore a tutti gli elementi di S , mentre l'infimo di S è l'ordine angelico più alto che è comunque inferiore a tutti gli elementi di S . Ad esempio:

$\sup(\{\text{Virtù}, \text{Arcangeli}, \text{Troni}\}) = \text{Troni}$ $\inf(\{\text{Virtù}, \text{Arcangeli}, \text{Troni}\}) = \text{Arcangeli}$

Questi concetti hanno un'interpretazione teologica interessante. Il supremo di un insieme di ordini angelici rappresenta la fonte comune più prossima di illuminazione per tutti quegli ordini, mentre l'infimo rappresenta il destinatario comune più prossimo dell'illuminazione che proviene da quegli ordini.

Un altro concetto importante è quello di catena. Una catena in un poset è un sottoinsieme in cui ogni coppia di elementi è confrontabile. Nel nostro caso, essendo l'intero poset un ordine totale, ogni sottoinsieme è automaticamente una catena. La catena massimale è quella che include tutti e nove gli ordini, mentre esistono molte catene più corte, come $\{\text{Serafini}, \text{Troni}, \text{Angeli}\}$ o $\{\text{Cherubini}, \text{Dominazioni}\}$.

La lunghezza di una catena è il numero di relazioni di copertura che contiene, ossia il numero di archi che attraversa nel diagramma di Hasse. La catena massimale nella gerarchia dionisiana ha lunghezza 8 (nove elementi collegati da otto archi). Questa lunghezza rappresenta il numero massimo di mediazioni che l'illuminazione divina deve attraversare per giungere dall'ordine supremo a quello infimo.

Possiamo anche considerare filtri e ideali. Un filtro (o up-set) è un sottoinsieme F di P tale che se $a \in F$ e $a \leq b$, allora $b \in F$. In altre parole, un filtro contiene tutti gli elementi superiori ai suoi membri. Ad esempio, il filtro generato dai Troni è:

$\uparrow \text{Troni} = \{\text{Serafini, Cherubini, Troni}\}$

Questo insieme rappresenta tutti gli ordini angelici che partecipano dell'illuminazione prima o allo stesso livello dei Troni. Dualmente, un ideale (o down-set) è un sottoinsieme I di P tale che se $a \in I$ e $b \leq a$, allora $b \in I$. L'ideale generato dai Troni è:

$\downarrow \text{Troni} = \{\text{Troni, Dominazioni, Virtù, Potestà, Principati, Arcangeli, Angeli}\}$

Questo insieme rappresenta tutti gli ordini angelici che ricevono l'illuminazione dopo o allo stesso livello dei Troni.

Funzioni di incidenza e la matrice dell'ordine

Una rappresentazione alternativa del poset è attraverso la sua funzione di incidenza e la corrispondente matrice dell'ordine. La funzione di incidenza $\zeta: P \times P \rightarrow \{0, 1\}$ è definita come:

$\zeta(a, b) = 1$ se $a \leq b$ $\zeta(a, b) = 0$ altrimenti

Questa funzione può essere rappresentata come una matrice 9×9 dove le righe e le colonne corrispondono ai nove ordini angelici (ordinati dal più alto al più basso) e l'elemento (i, j) vale 1 se l'ordine i -esimo è inferiore o uguale all'ordine j -esimo.

La matrice risultante è una matrice triangolare superiore con tutti 1 sulla diagonale e sopra di essa, e tutti 0 sotto la diagonale. Questa struttura riflette perfettamente l'ordine totale: ogni elemento è confrontabile con ogni altro, e la relazione di ordine è transitiva.

Una funzione correlata è la funzione di Möbius μ , che è l'inversa della funzione di incidenza rispetto alla convoluzione. Nel caso di un ordine totale, la funzione di Möbius assume una forma particolarmente semplice:

$\mu(a, b) = -1$ se b copre immediatamente a (b è il successore diretto di a) $\mu(a, a) = 1$ per ogni a $\mu(a, b) = 0$ altrimenti

La funzione di Möbius ha applicazioni nella teoria combinatoria e può essere utilizzata per calcolare inversioni di somme su strutture ordinate attraverso la formula di inversione di Möbius.

Interpretazione teologica delle proprietà algebriche

Le proprietà matematiche del poset angelico non sono mere curiosità formali, ma riflettono profonde verità teologiche secondo la visione dionisiana. La transitività dell'ordine, ad esempio, esprime il principio fondamentale che l'illuminazione divina procede attraverso mediazioni successive senza salti: ogni ordine angelico riceve la luce da quello immediatamente superiore e la trasmette a quello immediatamente inferiore. Non esistono "scorciatoie" nella gerarchia della grazia.

L'antisimmetria garantisce l'impossibilità di circolarità o reciprocità simmetrica nella relazione di illuminazione. Un ordine superiore può illuminare uno inferiore, ma non viceversa. Questo

riflette l'ontologia neoplatonica sottostante, dove la causalità procede sempre dall'essere superiore a quello inferiore, mai in senso inverso. La processione è unidirezionale: da Dio attraverso le creature spirituali fino alla materia.

La totalità dell'ordine, che distingue la gerarchia dionisiana da altri poset più complessi, esprime la perfezione del piano divino dove ogni creatura ha un posto univocamente determinato. Non esistono ambiguità o indeterminazioni nella struttura del cosmo spirituale. Questa visione contrasta con alcune angelologie alternative, come quella di Maimonide nella tradizione ebraica, che ammette una pluralità di angeli sullo stesso livello gerarchico, generando così un ordine parziale non totale.

La divisione in triadi, rappresentata matematicamente dalla funzione τ , riflette il principio trinitario che permea tutta la teologia dionisiana. Il numero tre, essendo il numero della Trinità, è visto come il numero della perfezione divina, e la sua ripetizione nella struttura angelica manifesta l'impronta del Creatore nella creazione. Inoltre, ogni triade può essere vista come un'immagine della Trinità stessa: il primo elemento di ogni triade corrisponde al Padre (principio), il secondo al Figlio (mediazione), il terzo allo Spirito Santo (perfezione).

La lunghezza della catena massimale, che è otto, può essere interpretata secondo la numerologia patristica. Il numero otto nella tradizione cristiana rappresenta l'eternità e la risurrezione, essendo il giorno dopo il settimo giorno sabbatico, il giorno della nuova creazione. Le otto mediazioni tra Dio e l'umanità rappresentano quindi il percorso completo della salvezza, dalla perfezione divina alla redenzione della creatura caduta.

Parte II: La Goetia e le permutazioni demoniache

I settantadue demoni della Goetia: origine e struttura testuale

Il Lemegeton Clavicula Salomonis, comunemente noto come Piccola Chiave di Salomone, rappresenta uno dei grimori più influenti della tradizione magica occidentale. Compilato probabilmente nel diciassettesimo secolo, sebbene pretenda di risalire all'epoca del re Salomone, questo testo si compone di cinque libri, il primo dei quali è la Goetia o Ars Goetia. La Goetia contiene la descrizione sistematica di settantadue demoni o spiriti infernali, ciascuno con il suo sigillo particolare, le sue caratteristiche distintive, i poteri che può conferire all'evocatore e le modalità rituali per la sua invocazione e il suo controllo.

La scelta del numero settantadue non è casuale e rivela molteplici stratificazioni simboliche e numerologiche. Nella tradizione ebraica, settantadue è il numero delle lettere del Nome Divino esplicito (Shem HaMephorash), ottenuto dalla combinazione di tre versetti dell'Esodo (14:19-21) ciascuno composto da settantadue lettere, che possono essere permutate per generare settantadue nomi angelici di tre lettere ciascuno. La tradizione talmudica menziona anche settantadue anziani che ricevettero lo spirito profetico insieme a Mosè, e settantadue è il numero delle nazioni del mondo secondo la genealogia di Genesi 10. Questa corrispondenza tra angeli e demoni riflette la dottrina secondo cui ogni demone è un angelo caduto, e il numero settantadue diventa così un'ombra o inversione del mondo celeste.

I settantadue demoni della Goetia sono organizzati secondo una precisa gerarchia di ranghi militari e nobiliari, che riflette la struttura feudale della società europea medievale e

rinascimentale. Questa gerarchia comprende re, duchi, principi, marchesi, presidenti, conti e cavalieri. Otto demoni portano il titolo di re, governando su vasti domini infernali e comandando numerose legioni di spiriti minori. I duchi sono ventuno e si distinguono per i loro poteri specifici in vari domini della conoscenza e dell'azione. I principi sono diciannove e occupano una posizione di grande autorità. I marchesi sono undici e presidiano le zone di confine tra diversi regni infernali. I presidenti sono otto e guidano assemblee di spiriti. I conti sono nove e amministrano specifiche province infernali. Infine, un solo cavaliere appare nella lista, suggerendo un caso particolare o un'eccezione alla struttura generale.

Ogni demone nella Goetia è descritto secondo uno schema standardizzato che include diversi elementi informativi. Il sigillo o sello è un simbolo grafico unico che funge da firma distintiva dello spirito e da strumento per la sua evocazione. L'aspetto visivo descrive la forma che il demone assume quando appare, spesso combinando caratteristiche umane, animali e mostruose in complesse ibridazioni. Il rango indica la posizione gerarchica dello spirito nella struttura infernale. Il numero di legioni specifica quante schiere di spiriti subordinati il demone comanda, con una legione tipicamente composta da un numero variabile tra sei e seimila spiriti. I poteri elencano le capacità specifiche che il demone può conferire all'evocatore, come conoscenze segrete, abilità retoriche, tesori nascosti, favori amorosi o distruzione dei nemici. Le istruzioni rituali descrivono i metodi, i tempi e i luoghi appropriati per l'evocazione.

Analisi combinatoria: permutazioni e disposizioni dei demoni

Il sistema dei settantadue demoni della Goetia si presta a un'analisi matematica attraverso la teoria combinatoria, in particolare attraverso i concetti di permutazioni e combinazioni. A differenza della gerarchia angelica dionisiana, che forma un ordine totale lineare, la struttura goetia presenta caratteristiche che la rendono più adatta a essere modellata attraverso costrutti combinatoriali.

Consideriamo innanzitutto l'insieme D dei settantadue demoni come un insieme finito ordinato: $D = \{d_1, d_2, \dots, d_{72}\}$. L'ordine standard è quello in cui i demoni appaiono nel testo della Goetia, che inizia con Bael e termina con Andromalius. Questo ordinamento è significativo perché riflette una gerarchia complessiva, anche se non strettamente lineare come quella dionisiana.

Una permutazione di D è una biiezione $\sigma: D \rightarrow D$, ossia una riorganizzazione completa dell'insieme che associa a ogni demone una nuova posizione. L'insieme di tutte le permutazioni possibili di D forma il gruppo simmetrico S_{72} , che ha cardinalità $72!$ (settantadue fattoriale), un numero astronomicamente grande pari a circa $6,12 \times 10^{103}$. Questo gruppo rappresenta tutti i possibili riordinamenti completi della gerarchia demoniaca.

Le permutazioni hanno significato magico-ritualistico nella tradizione grimoire. Secondo alcuni testi, l'ordine di evocazione dei demoni influenza l'efficacia del rituale e le relazioni tra gli spiriti evocati. Invocare prima un demone di rango superiore e poi uno di rango inferiore richiede protocolli diversi rispetto all'ordine inverso. Alcune permutazioni sono considerate particolarmente potenti o pericolose, come quelle che dispongono i demoni secondo corrispondenze astrologiche, numerologiche o cabalistiche.

Un sottoinsieme importante del gruppo simmetrico è costituito dalle permutazioni che preservano la struttura gerarchica per ranghi. Possiamo partizionare D in base ai ranghi: R_{re} per gli otto re, R_{duca} per i ventuno duchi, $R_{principe}$ per i diciannove principi, e così via. Una permutazione σ preserva la struttura per ranghi se per ogni rango R , l'insieme $\{\sigma(d) : d \in R\}$ coincide con R stesso, ossia i demoni vengono riordinati solo all'interno del loro rango senza cambiare categoria.

Il numero di tali permutazioni è dato dal prodotto dei fattoriali delle cardinalità di ciascun rango:

$$N = 8! \times 21! \times 19! \times 11! \times 8! \times 9! \times 1!$$

Questo numero, sebbene ancora enorme, è molto più piccolo di $72!$ e rappresenta le configurazioni che rispettano la struttura sociale infernale senza sovvertirla completamente.

Combinazioni e sottoinsiemi: convocazioni parziali

Nella pratica magica descritta dalla Goetia, raramente si evocano tutti i settantadue demoni simultaneamente. Più comunemente, il mago seleziona un sottoinsieme di spiriti in base ai suoi obiettivi specifici. Questo introduce il concetto di combinazione, ossia la selezione di un sottoinsieme da un insieme più grande senza considerare l'ordine.

Il numero di modi per selezionare k demoni da un insieme di settantadue è dato dal coefficiente binomiale:

$$C(72, k) = 72! / (k! \times (72-k)!)$$

Ad esempio, il numero di modi per selezionare tre demoni è:

$$C(72, 3) = 72! / (3! \times 69!) = (72 \times 71 \times 70) / (3 \times 2 \times 1) = 59640$$

Se consideriamo anche l'ordine di evocazione, otteniamo invece il numero di disposizioni:

$$D(72, k) = 72! / (72-k)!$$

$$\text{Per tre demoni: } D(72, 3) = 72 \times 71 \times 70 = 357840$$

La differenza tra combinazioni e disposizioni è cruciale nella teoria rituale. Le combinazioni rappresentano semplicemente quali demoni sono presenti nella convocazione, mentre le disposizioni specificano anche l'ordine gerarchico o temporale della loro invocazione, che può influenzare significativamente la dinamica della sessione magica.

Relazioni e grafi: la rete delle associazioni demoniache

Oltre alla semplice enumerazione, possiamo analizzare le relazioni tra i demoni utilizzando la teoria dei grafi. Un grafo $G = (V, E)$ consiste in un insieme di vertici V e un insieme di archi E , dove ogni arco collega due vertici. Nel nostro caso, i vertici rappresentano i settantadue demoni, mentre gli archi possono rappresentare diversi tipi di relazioni.

Un tipo di relazione è quella gerarchica militare: un demone comanda direttamente un altro se il secondo fa parte delle legioni del primo. Questo genera un grafo diretto $G_{\text{comando}} = (D, E_{\text{comando}})$ dove esiste un arco orientato da d_i a d_j se d_j è subordinato a d_i . Questo grafo non è completamente specificato dalla Goetia, che menziona solo il numero totale di legioni senza dettagliare completamente la catena di comando, ma la sua struttura teorica sarebbe quella di un arborescenza o di un insieme di alberi (una foresta), con i re come radici e i demoni di rango inferiore come nodi discendenti.

Un altro tipo di relazione significativo è la compatibilità funzionale: due demoni sono compatibili se i loro poteri possono essere combinati efficacemente per uno scopo comune. Ad esempio, un demone che rivela tesori nascosti e un altro che rende il mago invisibile sono funzionalmente compatibili per un'operazione di furto. Questo genera un grafo non orientato $G_{\text{compatibilità}} = (D, E_{\text{compatibilità}})$ dove un arco non orientato collega d_i e d_j se i loro poteri si complementano.

Un terzo tipo di relazione è l'opposizione o antagonismo: alcuni demoni sono storicamente nemici o hanno domini in conflitto. La tradizione grimoire menziona che evocare simultaneamente certi demoni antagonisti può portare a conflitti spirituali pericolosi per l'operatore. Questo genera un grafo di conflitto $G_{\text{conflitto}} = (D, E_{\text{conflitto}})$ dove un arco collega demoni antagonisti.

Il problema di trovare un insieme massimale di demoni mutualmente compatibili e privi di conflitti corrisponde al problema della clique massima in teoria dei grafi. Una clique è un sottoinsieme di vertici dove ogni coppia è connessa da un arco di compatibilità e nessuna coppia è connessa da un arco di conflitto. Trovare la clique massima è un problema NP-completo, ossia computazionalmente difficile, il che riflette ironicamente la complessità pratica della gestione simultanea di multiple entità spirituali.

Teoria dei gruppi: simmetrie e trasformazioni

La struttura dei settantadue demoni può anche essere analizzata attraverso la teoria dei gruppi, particolarmente attraverso le simmetrie della loro organizzazione. Un gruppo è un insieme G dotato di un'operazione binaria $*$ che soddisfa quattro proprietà: chiusura ($a * b \in G$ per ogni a, b in G), associatività, esistenza dell'elemento neutro e esistenza dell'inverso.

Il gruppo più ovvio associato ai demoni della Goetia è il gruppo simmetrico S_{72} già menzionato, dove l'operazione è la composizione di permutazioni. Tuttavia, possiamo identificare sottogruppi interessanti che corrispondono a specifici tipi di trasformazioni rituali o simboliche.

Consideriamo il sottogruppo delle permutazioni che preservano il rango, già menzionato. Questo sottogruppo H_{rango} è un prodotto diretto di gruppi simmetrici:

$$H_{\text{rango}} \cong S_8 \times S_{21} \times S_{19} \times S_{11} \times S_8 \times S_9 \times S_1$$

dove $\cong$ denota l'isomorfismo di gruppi. Ogni fattore S_n rappresenta le permutazioni all'interno di un rango specifico.

Un altro sottogruppo interessante è quello delle permutazioni cicliche, che rappresentano rotazioni dell'ordine dei demoni. Una permutazione ciclica σ sposta ogni demone d_i nella posizione $d_{(i+1 \bmod 72)}$. Il sottogruppo ciclico generato da questa permutazione è isomorfo al gruppo ciclico Z_{72} e ha ordine 72. Nella tradizione magica, le invocazioni cicliche, dove i demoni vengono chiamati in sequenza rotatoria, sono considerate particolarmente efficaci per certi scopi rituali.

Possiamo anche considerare il gruppo diedrale D_{72} , che include sia le rotazioni cicliche che le riflessioni (inversioni dell'ordine). Questo gruppo ha ordine $144 = 2 \times 72$ e rappresenta tutte le simmetrie di un 72-gono regolare. Se disponiamo i settantadue demoni in un cerchio, le operazioni del gruppo diedrale corrispondono a configurazioni circolari simmetriche utilizzate in alcuni rituali di convocazione multipla.

Corrispondenze numerologiche: la cabala dei settantadue nomi

La relazione tra i settantadue demoni della Goetia e i settantadue nomi angelici derivati dal Shem HaMephorash è di fondamentale importanza nella tradizione magica ebraico-cristiana. Questa corrispondenza uno-a-uno suggerisce una struttura duale dove ogni demone è l'ombra o l'inversione di un angelo specifico.

Se denotiamo con $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{72}\}$ l'insieme dei settantadue angeli del Shem HaMephorash e con $D = \{d_1, d_2, \dots, d_{72}\}$ l'insieme dei demoni della Goetia, possiamo definire una funzione di dualità:

$$\delta: A \rightarrow D$$

che associa a ogni angelo il suo corrispondente demone. Questa funzione è una biiezione, il che significa che la struttura è perfettamente simmetrica: a ogni angelo corrisponde esattamente un demone e viceversa.

La natura di questa corrispondenza varia secondo le diverse tradizioni cabalistiche. Alcuni sistemi propongono che il demone sia semplicemente l'inversione del nome angelico, ottenuta leggendo il nome all'indietro o sostituendo le lettere secondo regole di gematria invertita. Altri sistemi suggeriscono che la corrispondenza sia basata sulle opposizioni funzionali: l'angelo che protegge da una certa malattia corrisponde al demone che la provoca.

Matematicamente, possiamo modellare questa dualità come un'involuzione, ossia una funzione $f: A \cup D \rightarrow A \cup D$ tale che $f(f(x)) = x$ per ogni x . In altre parole, applicando due volte la trasformazione di dualità si ritorna all'elemento originale: l'ombra dell'ombra è la luce originale. Questa struttura involutiva riflette la dottrina teologica secondo cui i demoni sono angeli caduti che mantengono una memoria invertita della loro natura originale.

Matrici stocastiche e transizioni gerarchiche

Un aspetto interessante della Goetia, spesso trascurato nelle analisi tradizionali, è la possibilità di transizione di rango. Secondo alcune versioni del testo e commentari successivi, i demoni possono cambiare rango attraverso guerre infernali, patti con maghi

potenti o decreti di autorità superiori come Lucifero o Satana. Questo fenomeno può essere modellato attraverso matrici stocastiche.

Una matrice stocastica è una matrice quadrata P dove ogni elemento p_{ij} rappresenta la probabilità di transizione dallo stato i allo stato j , e la somma di ogni riga è uguale a 1. Nel nostro contesto, gli stati sono i sette ranghi demoniaci, e p_{ij} rappresenta la probabilità che un demone di rango i passi al rango j in un dato intervallo di tempo.

Definiamo la matrice di transizione:

$P = [p_{ij}]$ dove $i, j \in \{\text{Re, Duca, Principe, Marchese, Presidente, Conte, Cavaliere}\}$

La diagonale p_{ii} rappresenta la probabilità che un demone rimanga nel suo rango, mentre gli elementi fuori diagonale rappresentano le probabilità di promozione (se j è un rango superiore a i) o degradazione (se j è un rango inferiore a i).

In un sistema gerarchico stabile, ci aspetteremmo che p_{ii} sia molto vicino a 1 per tutti i ranghi, indicando che i cambiamenti sono rari. Tuttavia, in periodi di turbolenza infernale, come quelli descritti in alcuni grimori che narrano di guerre tra fazioni demoniache, la matrice potrebbe presentare valori significativi fuori dalla diagonale.

La distribuzione stazionaria π della catena di Markov corrispondente, ossia il vettore che soddisfa $\pi P = \pi$, rappresenta la distribuzione di equilibrio a lungo termine dei demoni tra i vari ranghi. Se la catena è ergodica (ossia irriducibile e aperiodica), esiste un'unica distribuzione stazionaria che viene raggiunta indipendentemente dalla distribuzione iniziale.

Funzioni generatrici e enumerazione

La teoria delle funzioni generatrici offre strumenti potenti per l'enumerazione di configurazioni complesse di demoni. Una funzione generatrice è una serie formale di potenze dove i coefficienti codificano informazioni combinatorie.

Per i demoni della Goetia, possiamo definire la funzione generatrice ordinaria:

$$G(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

dove a_n è il numero di sottoinsiemi di n demoni che soddisfano una certa proprietà. Ad esempio, potremmo essere interessati al numero di sottoinsiemi di esattamente n demoni che sono mutualmente compatibili (formano una clique nel grafo di compatibilità).

Un'applicazione più sofisticata utilizza funzioni generatrici multivariate per tenere traccia simultaneamente di diverse caratteristiche. Definiamo:

$$G(x, y_1, y_2, \dots, y_7) = \sum_{S \subseteq D} x^{|S|} y_1^{r_1(S)} y_2^{r_2(S)} \dots y_7^{r_7(S)}$$

dove la somma è su tutti i sottoinsiemi S di D , $|S|$ è la cardinalità di S , e $r_i(S)$ è il numero di demoni in S che hanno il rango i -esimo. Questa funzione codifica simultaneamente informazioni sulla dimensione dei sottoinsiemi e sulla loro composizione per ranghi.

Il coefficiente di $x^n y_1^{k_1} y_2^{k_2} \dots y_7^{k_7}$ in questa funzione generatrice conta il numero di modi per selezionare n demoni in modo che esattamente k_i abbiano il rango i , per ogni i da 1 a 7. Questa informazione è cruciale per pianificare convocazioni bilanciate che includano rappresentanti di tutti i ranghi in proporzioni specificate.

Interpretazione magico-operativa della struttura combinatoria

La ricchezza combinatoria dei settantadue demoni non è una mera curiosità matematica, ma riflette la complessità della pratica magica cerimoniale come descritta nei grimori. Il mago che lavora con la Goetia deve navigare questo spazio combinatorio immenso, selezionando configurazioni appropriate di spiriti per i suoi obiettivi specifici.

La teoria delle permutazioni corrisponde alla questione pratica dell'ordine di evocazione. I grimori enfatizzano ripetutamente che l'ordine è significativo: convocare prima un re e poi un duca richiede protocolli diversi rispetto all'ordine inverso. Alcune sequenze sono considerate particolarmente pericolose, come evocare in successione demoni antagonisti senza adeguati intervalli purificatori.

La teoria delle combinazioni riflette la necessità di selezionare sottoinsiemi appropriati di demoni. Poiché ogni evocazione richiede tempo, energia e risorse significative, il mago deve scegliere giudiziosamente quali spiriti convocare per un dato obiettivo. La scelta di tre demoni tra settantadue per un'operazione specifica corrisponde esattamente al calcolo del coefficiente binomiale $C(72, 3)$.

La teoria dei grafi cattura le relazioni complesse tra i demoni che devono essere considerate nella pianificazione rituale. Un mago esperto deve conoscere quali demoni sono compatibili, quali sono antagonisti e quali hanno domini sovrapposti che potrebbero causare conflitti di autorità. Il grafo delle relazioni demoniache è quindi uno strumento concettuale essenziale per la pratica sicura ed efficace.

La corrispondenza con i settantadue nomi angelici introduce una dimensione ulteriore: la possibilità di operazioni bilanciate dove a ogni demone evocato corrisponde l'invocazione dell'angelo contrario, creando una tensione dinamica controllata che alcuni sistemi magici considerano particolarmente potente. Questo corrisponde a lavorare simultaneamente con l'insieme $A \cup D$ piuttosto che con A o D separatamente.

Parte III: Classificazione degli spiriti sciamanici e teoria degli insiemi fuzzy

Ontologia sciamanica: la fluidità delle categorie spirituali

Le classificazioni degli spiriti nelle culture sciamaniche di tutto il mondo presentano caratteristiche radicalmente diverse rispetto ai sistemi angelologici e demonologici della tradizione abramitica. Mentre la gerarchia dionisiana e la Goetia operano con categorie rigide e ben definite, dove ogni entità spirituale appartiene a una classe specifica con confini netti, le cosmologie sciamaniche generalmente concepiscono il mondo degli spiriti come un

continuum fluido dove le categorie sfumano l'una nell'altra e le identità spirituali sono spesso ambigue, contestuali e mutevoli.

Nelle tradizioni sciamaniche siberiane, studiate approfonditamente da antropologi come Vilmos Diószegi e Mihály Hoppál, gli spiriti sono classificati secondo molteplici assi che si intersecano: la distinzione tra spiriti superiori (celesti), spiriti medi (terrestri) e spiriti inferiori (ctoni o acquatici); la distinzione tra spiriti ancestrali, spiriti della natura e spiriti ausiliari dello sciamano; la distinzione tra spiriti benigni, neutri e malevoli. Tuttavia, queste categorie non sono mutuamente esclusive né esaustive, e uno stesso spirito può manifestare caratteristiche appartenenti a categorie diverse in contesti differenti.

Gli spiriti ausiliari dello sciamano, per esempio, sono entità che assistono il praticante nei suoi viaggi estatici e nelle sue operazioni curative o divinatorie. Questi spiriti possono essere ancestrali (anime di sciamani defunti), naturali (spiriti di animali, piante o luoghi), o cosmici (entità celesti o sotterranee). La relazione con lo sciamano determina in parte la loro classificazione: uno spirito animale selvatico può diventare uno spirito ausiliario attraverso un'esperienza iniziatica, cambiando così categoria senza perdere la sua identità essenziale.

Nella tradizione sciamanica tungusa, uno spirito può essere simultaneamente un antenato, un guardiano del territorio e una manifestazione di una forza naturale come il tuono o il fiume. Questa sovrapposizione di identità non è vista come contraddittoria, ma come espressione della complessità ontologica del mondo spirituale. Lo stesso spirito può apparire a uno sciamano come un orso, a un altro come un vecchio saggio, e a un terzo come un fenomeno luminoso, senza che nessuna di queste manifestazioni sia più "vera" delle altre.

Nelle culture andine, lo schema degli spiriti comprende gli Apu (spiriti delle montagne), i Pachamama (spirito della Terra), gli Anchanchu (spiriti delle grotte e dei luoghi selvaggi), e innumerevoli altri esseri che sfuggono a classificazioni rigide. Un Apu può essere venerato come protettore benevolo da una comunità e temuto come entità pericolosa da un'altra; la sua natura non è intrinseca ma relazionale, dipendente dal contesto culturale e dalla relazione specifica con gli umani.

Gli sciamani aborigeni australiani lavorano con spiriti ancestrali del Tempo del Sogno che sono simultaneamente antenati mitici, forze creative cosmiche e presenze viventi nel paesaggio contemporaneo. Questi esseri sfidano ogni tentativo di classificazione discreta perché la loro esistenza trascende le categorie di tempo, spazio e identità personale che sottendono i sistemi classificatori occidentali.

Teoria degli insiemi fuzzy: modellare l'ambiguità ontologica

La teoria degli insiemi fuzzy, sviluppata da Lotfi Zadeh nel 1965, fornisce un framework matematico ideale per modellare queste classificazioni spirituali caratterizzate da confini sfumati e appartenenze parziali. A differenza della teoria classica degli insiemi, dove un elemento appartiene completamente a un insieme o ne è completamente escluso (appartenenza binaria 0 o 1), la teoria fuzzy permette gradi continui di appartenenza nell'intervallo $[0, 1]$.

Formalmente, un insieme fuzzy F su un universo U è definito da una funzione di appartenenza $\mu_F: U \rightarrow [0, 1]$ che assegna a ogni elemento $u \in U$ un grado di appartenenza a F . Il valore $\mu_F(u) = 1$ indica appartenenza totale, $\mu_F(u) = 0$ indica esclusione totale, e valori intermedi $0 < \mu_F(u) < 1$ indicano appartenenze parziali o graduate.

Consideriamo l'universo S di tutti gli spiriti in una cosmologia sciamanica specifica, per esempio quella dei popoli evenki della Siberia. Possiamo definire diversi insiemi fuzzy su S corrispondenti a categorie spirituali:

Insieme fuzzy degli spiriti celesti (C): $\mu_C(s)$ rappresenta il grado in cui lo spirito s è celeste. Per uno spirito pienamente associato al cielo supremo, $\mu_C(s) = 1$. Per uno spirito principalmente terrestre con alcuni attributi celesti, $\mu_C(s)$ potrebbe essere 0,3.

Insieme fuzzy degli spiriti ancestrali (A): $\mu_A(s)$ rappresenta il grado in cui lo spirito s è ancestrale. Lo spirito di uno sciamano recentemente deceduto potrebbe avere $\mu_A(s) = 0,9$, mentre uno spirito naturale con remote connessioni ancestrali potrebbe avere $\mu_A(s) = 0,2$.

Insieme fuzzy degli spiriti ausiliari (X): $\mu_X(s)$ rappresenta il grado in cui lo spirito s funziona come ausiliario dello sciamano. Questo può variare nel tempo: uno spirito potrebbe avere $\mu_X(s) = 0$ prima dell'iniziazione dello sciamano, $\mu_X(s) = 0,6$ durante il periodo di apprendistato, e $\mu_X(s) = 0,95$ dopo la piena maturazione della relazione.

Insieme fuzzy degli spiriti benigni (B): $\mu_B(s)$ rappresenta il grado di benignità dello spirito. Molti spiriti sciamanici non sono né completamente benigni né completamente maligni, ma ambivalenti. Uno spirito potrebbe avere $\mu_B(s) = 0,6$, indicando una tendenza generale alla benevolenza ma con possibilità di comportamenti pericolosi in certe circostanze.

Un singolo spirito s può quindi essere caratterizzato da un vettore di appartenenza fuzzy:

$$v(s) = (\mu_C(s), \mu_A(s), \mu_X(s), \mu_B(s), \dots)$$

dove ogni componente rappresenta il suo grado di appartenenza a una categoria diversa. Per esempio, lo spirito di un orso che è diventato ausiliario di uno sciamano potrebbe avere:

$$v(s_{\text{orso}}) = (0,2, 0,3, 0,85, 0,6)$$

indicando che è debolmente celeste, moderatamente ancestrale, fortemente ausiliario e moderatamente benigno.

Operazioni sugli insiemi fuzzy: intersezione, unione e complemento

Le operazioni standard della teoria degli insiemi possono essere estese agli insiemi fuzzy attraverso diverse definizioni, le più comuni delle quali sono basate su norme triangolari (t-norme) e co-norme triangolari (t-conorme).

Intersezione fuzzy: L'intersezione di due insiemi fuzzy F e G può essere definita attraverso la t-norma del minimo:

$$\mu_{\{F \cap G\}}(u) = \min(\mu_F(u), \mu_G(u))$$

Ad esempio, l'insieme degli spiriti che sono simultaneamente celesti e ancestrali ha funzione di appartenenza:

$$\mu_{\{C \cap A\}}(s) = \min(\mu_C(s), \mu_A(s))$$

Uno spirito con $\mu_C(s) = 0,7$ e $\mu_A(s) = 0,4$ avrebbe $\mu_{\{C \cap A\}}(s) = 0,4$, riflettendo il fatto che il grado di appartenenza all'intersezione è limitato dal grado più basso tra i due insiemi.

Alternativamente, si può usare la t-norma del prodotto:

$$\mu_{\{F \cap G\}}(u) = \mu_F(u) \cdot \mu_G(u)$$

che tende a produrre valori più bassi e quindi intersezioni più "strette". Con questa definizione, lo stesso spirito avrebbe $\mu_{\{C \cap A\}}(s) = 0,7 \times 0,4 = 0,28$.

Unione fuzzy: L'unione può essere definita attraverso la t-conorma del massimo:

$$\mu_{\{F \cup G\}}(u) = \max(\mu_F(u), \mu_G(u))$$

L'insieme degli spiriti che sono celesti o ancestrali (o entrambi) ha:

$$\mu_{\{C \cup A\}}(s) = \max(\mu_C(s), \mu_A(s))$$

Lo spirito dell'esempio precedente avrebbe $\mu_{\{C \cup A\}}(s) = \max(0,7, 0,4) = 0,7$.

Alternativamente, la t-conorma probabilistica produce:

$$\mu_{\{F \cup G\}}(u) = \mu_F(u) + \mu_G(u) - \mu_F(u) \cdot \mu_G(u)$$

che per il nostro esempio darebbe $\mu_{\{C \cup A\}}(s) = 0,7 + 0,4 - 0,28 = 0,82$.

Complemento fuzzy: Il complemento di un insieme fuzzy F è:

$$\mu_{\{F^c\}}(u) = 1 - \mu_F(u)$$

L'insieme degli spiriti non-celesti ha $\mu_{\{C^c\}}(s) = 1 - \mu_C(s)$. Uno spirito con $\mu_C(s) = 0,7$ ha $\mu_{\{C^c\}}(s) = 0,3$, indicando che è parzialmente non-celeste.

Queste operazioni rispettano le leggi di De Morgan generalizzate:

$$(F \cap G)^c = F^c \cup G^c \quad (F \cup G)^c = F^c \cap G^c$$

ma non necessariamente il principio del terzo escluso ($F \cup F^c$ potrebbe non essere l'insieme universale completo) né il principio di non-contraddizione ($F \cap F^c$ potrebbe non essere l'insieme vuoto), riflettendo la natura paradossale delle categorie spirituali sciamaniche.

Relazioni fuzzy e matrici di similarità

Oltre agli insiemi fuzzy, possiamo definire relazioni fuzzy che catturano connessioni graduate tra spiriti. Una relazione fuzzy R su $S \times S$ è una funzione $\mu_R: S \times S \rightarrow [0, 1]$ che assegna a ogni coppia di spiriti un grado di relazione.

Relazione di similarità: $\mu_{\text{sim}}(s_i, s_j)$ rappresenta quanto gli spiriti s_i e s_j sono simili tra loro. Questa può essere definita attraverso la distanza tra i loro vettori di appartenenza:

$$\mu_{\text{sim}}(s_i, s_j) = 1 - d(v(s_i), v(s_j))$$

dove d è una metrica normalizzata, per esempio la distanza euclidea normalizzata:

$$d(v_i, v_j) = \sqrt{(\sum_k (\mu_k(s_i) - \mu_k(s_j))^2) / n}$$

dove n è il numero di categorie fuzzy considerate.

Relazione di compatibilità: $\mu_{\text{comp}}(s_i, s_j)$ rappresenta quanto gli spiriti s_i e s_j possono essere invocati insieme in un rituale senza conflitti. Questa relazione può essere costruita sulla base di conoscenze etnografiche e esperienze sciamaniche.

Relazione gerarchica fuzzy: $\mu_{\text{hier}}(s_i, s_j)$ rappresenta il grado in cui lo spirito s_i è superiore a s_j nella gerarchia spirituale. A differenza della gerarchia dionisiana perfettamente ordinata, qui la superiorità può essere graduale e ambigua. Uno spirito potrebbe essere superiore a un altro con grado 0,7, indicando una predominanza relativa ma non assoluta.

Queste relazioni possono essere rappresentate come matrici fuzzy. Per una comunità sciamanica che riconosce n spiriti principali, la matrice di similarità S è una matrice $n \times n$ dove l'elemento $s_{ij} = \mu_{\text{sim}}(s_i, s_j)$. Questa matrice è simmetrica ($s_{ij} = s_{ji}$) e ha tutti 1 sulla diagonale (ogni spirito è massimamente simile a se stesso).

La matrice può essere utilizzata per il clustering fuzzy, ossia per identificare gruppi di spiriti che condividono caratteristiche simili. Algoritmi come il fuzzy c-means possono partizionare l'insieme degli spiriti in sottoinsiemi sovrapposti basati sulla loro similarità multidimensionale.

Insiemi fuzzy di tipo 2: modellare l'incertezza nell'incertezza

La teoria degli insiemi fuzzy può essere ulteriormente estesa agli insiemi fuzzy di tipo 2, dove anche i gradi di appartenenza sono essi stessi insiemi fuzzy piuttosto che numeri precisi. Questo livello aggiuntivo di fuzzyness è appropriato per situazioni dove esiste incertezza o disaccordo sul grado di appartenenza stesso.

Nelle culture sciamaniche, diversi sciamani possono avere opinioni divergenti sul grado di celestialità di uno spirito particolare. Uno sciamano potrebbe valutare $\mu_C(s) = 0,7$, un altro $\mu_C(s) = 0,5$, e un terzo $\mu_C(s) = 0,8$. Invece di dover scegliere un singolo valore o fare una media, possiamo rappresentare questa incertezza attraverso un insieme fuzzy di tipo 2.

Un insieme fuzzy di tipo 2 $\tilde{F}$ su U è caratterizzato da una funzione di appartenenza:

$$\mu_{\tilde{F}}: U \rightarrow [0, 1]^{[0, 1]}$$

Cioè, per ogni elemento u , $\mu_{\tilde{F}}(u)$ è esso stesso un insieme fuzzy sull'intervallo $[0, 1]$, che rappresenta la distribuzione dei possibili gradi di appartenenza.

Per lo spirito s con valutazioni divergenti sulla celestialità, potremmo avere:

$$\mu_{\tilde{C}}(s) = \{(0,5, 0,3), (0,7, 0,5), (0,8, 0,2)\}$$

dove ogni coppia (x, m) indica che il valore x ha appartenenza m nell'insieme dei gradi possibili. Questa rappresentazione cattura l'incertezza inter-soggettiva mantenendo l'informazione sulla distribuzione delle opinioni.

Gli insiemi fuzzy di tipo 2 sono particolarmente utili quando si lavora con classificazioni spirituali contestuali o prospettivali, dove la categorizzazione dipende dal punto di vista dell'osservatore o dalle circostanze del momento. Uno spirito della foresta potrebbe essere considerato prevalentemente benigno ($\mu_B(s) \approx 0,8$) durante il giorno e in primavera, ma prevalentemente malevolo ($\mu_B(s) \approx 0,3$) di notte e in inverno, generando una distribuzione fuzzy di tipo 2 che cattura questa variabilità contestuale.

Logica fuzzy e inferenza spirituale

La logica fuzzy estende la logica classica permettendo valori di verità continui tra 0 (completamente falso) e 1 (completamente vero). Questo è essenziale per ragionare su proposizioni riguardanti spiriti sciamanici, dove le affermazioni raramente sono completamente vere o false.

Consideriamo le proposizioni:

- P : "Lo spirito s è celeste"
- Q : "Lo spirito s è benigno"

In logica classica, queste proposizioni sarebbero semplicemente vere o false. In logica fuzzy, hanno valori di verità continui:

$$V(P) = \mu_C(s) \in [0, 1] \quad V(Q) = \mu_B(s) \in [0, 1]$$

Le operazioni logiche sono definite attraverso le corrispondenti operazioni sugli insiemi fuzzy:

Congiunzione (AND): $V(P \wedge Q) = \min(V(P), V(Q))$ **Disgiunzione (OR):** $V(P \vee Q) = \max(V(P), V(Q))$ **Negazione (NOT):** $V(\neg P) = 1 - V(P)$ **Implicazione:** $V(P \rightarrow Q) = \max(1 - V(P), V(Q))$

Per esempio, se $\mu_C(s) = 0,7$ e $\mu_B(s) = 0,6$, allora:

- "Lo spirito s è celeste E benigno" ha valore di verità $\min(0,7, 0,6) = 0,6$
- "Lo spirito s è celeste O benigno" ha valore di verità $\max(0,7, 0,6) = 0,7$
- "Se lo spirito s è celeste, allora è benigno" ha valore di verità $\max(1-0,7, 0,6) = 0,6$

Questo framework permette di costruire sistemi di inferenza fuzzy basati su regole che catturano la conoscenza sciamanica. Un sistema potrebbe includere regole come:

- SE (spirito è celeste con alto grado) E (spirito è ancestrale con medio grado) ALLORA (spirito è protettivo con alto grado)
- SE (spirito è ctonio con alto grado) E (spirito è invocato di notte) ALLORA (spirito è pericoloso con medio grado)

Queste regole possono essere combinate usando metodi di inferenza fuzzy come il metodo Mamdani o il metodo Takagi-Sugeno per generare conclusioni graduate basate su premesse graduate, rispecchiando il modo in cui gli sciamani effettivamente ragionano sugli spiriti.

Partizioni fuzzy e sovrapposizione categoriale

Un aspetto fondamentale delle classificazioni sciamaniche è che le categorie non formano partizioni nette ma si sovrappongono significativamente. Una partizione fuzzy di un universo U in insiemi fuzzy $F_1, F_2, \dots, F_n$ soddisfa:

$$\sum_i \mu_{F_i}(u) = 1 \text{ per ogni } u \in U$$

Questo significa che ogni elemento ha appartenenze parziali a diverse categorie, ma la somma delle appartenenze è sempre 1, riflettendo il fatto che l'elemento è "distribuito" tra le categorie.

Per gli spiriti sciamanici, potremmo avere una partizione fuzzy nelle tre categorie Celeste (C), Terrestre (T), Ctonio (Ct):

$$\mu_C(s) + \mu_T(s) + \mu_{Ct}(s) = 1$$

Uno spirito potrebbe avere $(\mu_C(s), \mu_T(s), \mu_{Ct}(s)) = (0,6, 0,3, 0,1)$, indicando che è prevalentemente celeste, moderatamente terrestre, e minimamente ctonio.

Tuttavia, in molti sistemi sciamanici la somma non è necessariamente 1, perché le categorie non sono esaustive o mutuamente esclusive nello stesso modo. Possiamo avere partizioni fuzzy "rilassate" dove:

$$0 \leq \sum_i \mu_{F_i}(u) \leq k$$

per qualche costante $k \geq 1$, permettendo sovrapposizioni più libere.

Clustering fuzzy: identificare gruppi di spiriti

Il clustering fuzzy permette di identificare gruppi naturali nella popolazione degli spiriti basandosi sulla loro similarità multidimensionale. L'algoritmo più comune è il Fuzzy C-Means (FCM), che generalizza il classico K-means permettendo appartenenze graduate ai cluster.

Dato un insieme di n spiriti $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ e un numero c di cluster desiderati, l'FCM cerca di trovare:

- c centroidi $v_1, v_2, \dots, v_c$ (vettori prototipo nel spazio delle caratteristiche)
- una matrice di appartenenza $U = [u_{ij}]$ dove $u_{ij} \in [0, 1]$ rappresenta il grado di appartenenza dello spirito s_i al cluster j

La matrice U soddisfa:

$\sum_j u_{ij} = 1$ per ogni i (ogni spirito è distribuito tra i cluster) $0 < \sum_i u_{ij} < n$ per ogni j (ogni cluster ha membri parziali)

L'algoritmo minimizza la funzione obiettivo:

$$J = \sum_i \sum_j u_{ij}^m \|x_i - v_j\|^2$$

dove x_i è il vettore di caratteristiche dello spirito s_i , $\|\cdot\|$ è una norma (tipicamente euclidea), e $m > 1$ è un parametro di fuzzyficazione (valori comuni sono $m = 2$).

Applicando FCM a una cosmologia sciamanica complessa, potremmo scoprire, per esempio, quattro cluster naturali:

1. Spiriti celesti protettori (alta celestialità, alta benignità, bassa pericolosità)
2. Spiriti terrestri ambivalenti (media terrestrialità, media benignità, media pericolosità)
3. Spiriti ctoni pericolosi (alta ctonia, bassa benignità, alta pericolosità)
4. Spiriti ancestrali neutri (alta ancestralità, caratteristiche miste)

Un singolo spirito potrebbe avere appartenenze come (0,1, 0,6, 0,2, 0,1), indicando che appartiene principalmente al secondo cluster ma ha affinità parziali con gli altri.

Dinamica temporale fuzzy: trasformazione degli spiriti

Molte tradizioni sciamaniche riconoscono che gli spiriti possono trasformarsi nel tempo, cambiando caratteristiche e categorie. Questo può essere modellato attraverso sistemi fuzzy dinamici dove le funzioni di appartenenza evolvono temporalmente.

Possiamo definire $\mu_F(s, t)$ come il grado di appartenenza dello spirito s all'insieme fuzzy F al tempo t . La dinamica può essere descritta attraverso equazioni differenziali fuzzy:

$$d\mu_C(s, t)/dt = f_C(\mu_C(s, t), \mu_A(s, t), \mu_X(s, t), \dots)$$

dove f_C è una funzione che specifica come il grado di celestialità cambia in base agli altri attributi e alle interazioni con gli sciamani.

Per esempio, uno spirito naturale che diventa ausiliario di uno sciamano potrebbe vedere il suo grado di ancestralità aumentare gradualmente:

$$d\mu_A(s, t)/dt = \alpha \cdot \mu_X(s, t) \cdot (1 - \mu_A(s, t))$$

dove α è una costante che controlla la velocità di "ancestralizzazione" attraverso il legame con lo sciamano. Questa equazione dice che il tasso di aumento dell'ancestralità è proporzionale al grado attuale di ausiliarieness e alla distanza dalla piena ancestralità.

Tali modelli dinamici possono catturare narrazioni etnografiche di spiriti che "maturano", "si ammansiscono", o "si corrompono" attraverso le loro interazioni con gli umani e altri spiriti.

Parte IV: Gerarchie divine politeiste come grafi

L'Enneade egizia: nove divinità primordiali

Il pantheon egizio, uno dei sistemi teologici più antichi e complessi della storia umana, si articola attraverso molteplici schemi organizzativi che variano secondo le epoche, le regioni e i centri culturali. Tra questi, l'Enneade di Eliopoli (in egizio Pesedjet, "i Nove") rappresenta uno dei raggruppamenti divini più influenti e sistematici, fornendo un modello di teogonia e cosmogonia che ha profondamente influenzato il pensiero religioso egizio per millenni.

L'Enneade eliopolitana comprende nove divinità organizzate in quattro generazioni divine che emergono dal caos primordiale attraverso processi di auto-generazione, generazione sessuale e emanazione. La struttura genealogica può essere descritta come segue:

Prima generazione: Atum (o Atum-Ra), il dio primordiale che emerge dal Nun, l'oceano primordiale di caos acquatico. Atum rappresenta la completezza originaria, l'essere indifferenziato che contiene in sé tutte le potenzialità dell'esistenza. Secondo il mito eliopolitano, Atum genera da sé stesso, attraverso un atto di masturbazione o di emanazione dalla propria bocca, la seconda generazione divina.

Seconda generazione: Shu e Tefnut, generati da Atum. Shu è il dio dell'aria, dello spazio vuoto e della luce, mentre Tefnut è la dea dell'umidità, della rugiada e dell'ordine cosmico (ma'at). Questi due principi rappresentano la prima differenziazione del caos originario nelle polarità fondamentali che costituiscono l'atmosfera vitale.

Terza generazione: Geb e Nut, figli di Shu e Tefnut. Geb è il dio della terra, rappresentato come un uomo disteso sotto la volta celeste, mentre Nut è la dea del cielo, raffigurata come una donna arcuata sopra la terra, le cui dita delle mani e dei piedi toccano i quattro punti cardinali. La separazione di Geb e Nut da parte del loro padre Shu crea lo spazio cosmico in cui può esistere la vita.

Quarta generazione: Osiride, Iside, Seth e Nefti, figli di Geb e Nut. Osiride è il dio della vegetazione, della fertilità e del regno dei morti; Iside è la dea della magia, della maternità e della protezione; Seth è il dio del caos, del deserto, delle tempeste e della violenza; Nefti è la dea delle terre marginali, protettrice dei morti. Queste quattro divinità rappresentano le forze che operano nel mondo manifesto, sia costruttive che distruttive.

La struttura dell'Enneade non è semplicemente una lista di divinità, ma una narrazione teogonica che spiega l'origine del cosmo attraverso generazioni successive di differenziazione dall'unità primordiale alla molteplicità dei fenomeni. Ogni generazione introduce nuovi principi ontologici: Atum è l'essere puro; Shu e Tefnut sono le polarità complementari; Geb e Nut sono la separazione spaziale di cielo e terra; Osiride, Iside, Seth e Nefti sono le dinamiche operative nel mondo temporale.

Modellazione tramite grafi orientati: l'albero genealogico divino

La struttura dell'Enneade si presta naturalmente a essere rappresentata come un grafo orientato (o digrafo) $G = (V, E)$, dove V è l'insieme dei vertici rappresentanti le divinità ed E è l'insieme degli archi orientati rappresentanti le relazioni genealogiche.

Per l'Enneade, abbiamo:

$V = \{\text{Atum, Shu, Tefnut, Geb, Nut, Osiride, Iside, Seth, Nefti}\}$

Gli archi orientati rappresentano la relazione "è genitore di". Possiamo scrivere:

$E = \{(\text{Atum, Shu}), (\text{Atum, Tefnut}), (\text{Shu, Geb}), (\text{Tefnut, Geb}), (\text{Shu, Nut}), (\text{Tefnut, Nut}), (\text{Geb, Osiride}), (\text{Nut, Osiride}), (\text{Geb, Iside}), (\text{Nut, Iside}), (\text{Geb, Seth}), (\text{Nut, Seth}), (\text{Geb, Nefti}), (\text{Nut, Nefti})\}$

Questo grafo ha una struttura particolare che lo identifica come un DAG (Directed Acyclic Graph, grafo aciclico orientato), poiché non esistono cicli: non è possibile seguire una sequenza di archi che riporti a un nodo già visitato. Questa aciclicità riflette l'impossibilità teologica che una divinità sia antenata di se stessa.

Inoltre, il grafo ha una sorgente unica (Atum) che non ha predecessori, riflettendo il suo ruolo di origine prima della processione divina. Possiamo calcolare il grado in entrata (in-degree) e il grado in uscita (out-degree) di ogni vertice:

- Atum: in-degree = 0 (nessun genitore), out-degree = 2 (genera Shu e Tefnut)
- Shu: in-degree = 1, out-degree = 2 (genera Geb e Nut con Tefnut)
- Tefnut: in-degree = 1, out-degree = 2
- Geb: in-degree = 2 (generato da Shu e Tefnut), out-degree = 4
- Nut: in-degree = 2, out-degree = 4
- Osiride, Iside, Seth, Nefti: in-degree = 2, out-degree = 0 (non hanno figli nell'Enneade)

Il grafo ha profondità 4, corrispondente alle quattro generazioni divine, e può essere organizzato in livelli:

Livello 0: {Atum} Livello 1: {Shu, Tefnut} Livello 2: {Geb, Nut} Livello 3: {Osiride, Iside, Seth, Nefti}

Questa stratificazione corrisponde a un ordinamento topologico del DAG, ossia un ordinamento lineare dei vertici tale che per ogni arco (u, v) , u appare prima di v nell'ordinamento.

Proprietà strutturali e metriche del grafo

Il grafo dell'Enneade può essere analizzato attraverso diverse metriche della teoria dei grafi che rivelano proprietà strutturali significative:

Distanza geodetica: La distanza $d(u, v)$ tra due vertici è la lunghezza del cammino più breve da u a v . Per esempio, $d(\text{Atum, Osiride}) = 3$, poiché il cammino più breve è $\text{Atum} \rightarrow \text{Shu} \rightarrow \text{Geb} \rightarrow \text{Osiride}$ (o attraverso Tefnut o Nut invece di Shu). Questa distanza può

essere interpretata teologicamente come il grado di separazione generazionale tra le divinità.

Eccentricità: L'eccentricità $\varepsilon(v)$ di un vertice v è la massima distanza da v a qualsiasi altro vertice raggiungibile da v . Per Atum, $\varepsilon(\text{Atum}) = 3$, poiché le divinità più lontane (Osiride, Iside, Seth, Nefti) distano 3 passi. Questa misura cattura quanto una divinità è "periferica" rispetto alla sua discendenza.

Raggio e diametro: Il raggio del grafo è la minima eccentricità tra tutti i vertici, mentre il diametro è la massima. Per l'Enneade, considerando solo i cammini discendenti, il diametro è 3 (la massima profondità genealogica).

Centralità di betweenness: Questa misura indica quanto un vertice è cruciale come intermediario nei cammini tra altri vertici. Shu e Tefnut, essendo nella seconda generazione, hanno alta centralità di betweenness perché tutti i cammini da Atum alla terza e quarta generazione passano attraverso di loro. Analogamente, Geb e Nut sono cruciali per raggiungere la quarta generazione.

Coefficiente di clustering: Questa misura quantifica quanto i vicini di un vertice sono connessi tra loro. Per Osiride (e i suoi fratelli), il coefficiente è alto perché i suoi genitori Geb e Nut sono connessi tra loro (entrambi generano tutti e quattro i figli). Questo riflette la coesione familiare della quarta generazione.

Alberi genealogici come alberi radicati

Più precisamente, il grafo dell'Enneade è un albero radicato orientato (rooted directed tree) con radice in Atum. Un albero è un grafo connesso aciclico, e un albero radicato ha un vertice designato (la radice) da cui tutti gli altri vertici discendono.

In un albero radicato, possiamo definire relazioni familiari:

- **Padre/Madre:** Se esiste un arco (u, v) , allora u è genitore di v
- **Figlio:** v è figlio di u
- **Antenato:** u è antenato di v se esiste un cammino da u a v
- **Discendente:** v è discendente di u se u è antenato di v
- **Fratelli:** Due vertici sono fratelli se hanno gli stessi genitori
- **Foglie:** Vertici senza figli (Osiride, Iside, Seth, Nefti)
- **Nodi interni:** Vertici con almeno un figlio (Atum, Shu, Tefnut, Geb, Nut)

L'Enneade presenta una caratteristica particolare: è un albero "quasi binario" dove ogni nodo interno ha al massimo due figli, eccetto la terza generazione (Geb e Nut) che insieme generano quattro figli. Questo può essere modellato come un grafo bipartito completo tra $\{\text{Geb}, \text{Nut}\}$ e $\{\text{Osiride}, \text{Iside}, \text{Seth}, \text{Nefti}\}$, riflettendo la generazione congiunta.

Rappresentazione matriciale: matrice di adiacenza e matrici di raggiungibilità

Il grafo può essere rappresentato attraverso matrici che facilitano calcoli algoritmici e analisi strutturali. La matrice di adiacenza A è una matrice 9×9 dove $a_{ij} = 1$ se esiste un arco da v_i a v_j , e $a_{ij} = 0$ altrimenti.

Per l'Enneade, ordinando i vertici come {Atum, Shu, Tefnut, Geb, Nut, Osiride, Iside, Seth, Nefti}, la matrice di adiacenza ha la seguente struttura: At Sh Te Ge Nu Os Is Se Ne

```
At [ 0 1 1 0 0 0 0 0 0 ]
Sh [ 0 0 0 1 1 0 0 0 0 ]
Te [ 0 0 0 1 1 0 0 0 0 ]
Ge [ 0 0 0 0 0 1 1 1 1 ]
Nu [ 0 0 0 0 0 1 1 1 1 ]
Os [ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]
Is [ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]
Se [ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]
Ne [ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]
```

La matrice è triangolare superiore (tutti zeri sotto la diagonale) a causa dell'ordinamento topologico, riflettendo l'aciccità del grafo.

La matrice di raggiungibilità R è definita come $r_{ij} = 1$ se esiste un cammino da v_i a v_j (incluso cammini di lunghezza zero dalla radice a se stessa), e $r_{ij} = 0$ altrimenti. Questa matrice può essere calcolata come:

$$R = I + A + A^2 + A^3 + \dots = (I - A)^{-1} \text{ per grafi aciclici}$$

dove I è la matrice identità. La matrice di raggiungibilità rivela tutte le relazioni ancestrali, non solo quelle dirette.

I dodici Olimpi: struttura poliadica e relazioni complesse

Il pantheon greco dei dodici Olimpi presenta una struttura significativamente più complessa rispetto all'Enneade egizia. Mentre l'Enneade forma essenzialmente un albero genealogico pulito, gli Olimpi sono interconnessi attraverso molteplici tipi di relazioni: genealogiche (genitore-figlio), coniugali (matrimoni), fraterne (fratelli), e funzionali (domini di competenza sovrapposti o complementari).

La composizione canonica dei dodici Olimpi, sebbene vari secondo le fonti, include tipicamente: Zeus, Era, Poseidone, Demetra, Atena, Apollo, Artemide, Ares, Afrodite, Efesto, Ermes e Dioniso (o Estia in alcune versioni). Queste divinità risiedono sul Monte Olimpo e costituiscono il consiglio supremo degli dei dopo la vittoria dei Titani.

Le relazioni genealogiche formano un sottografo del grafo completo delle relazioni olimpiche:

Prima generazione titanica (non olimpica ma rilevante): Crono e Rea sono i genitori dei primi Olimpi.

Seconda generazione: Zeus, Era, Poseidone e Demetra sono fratelli, figli di Crono e Rea.

Terza generazione: La maggior parte degli altri Olimpi sono figli di Zeus con varie partner:

- Atena: figlia di Zeus e Metis (emersa dalla testa di Zeus)
- Apollo e Artemide: figli di Zeus e Leto
- Ares: figlio di Zeus ed Era
- Ermes: figlio di Zeus e Maia
- Dioniso: figlio di Zeus e Semele
- Afrodite: secondo alcune versioni figlia di Zeus e Dione, secondo altre nata dalla schiuma del mare dopo la castrazione di Urano
- Efesto: figlio di Era (generato partenogeneticamente) o di Zeus ed Era secondo altre versioni

Grafo multipartito e multiplex: relazioni multiple

A differenza dell'Enneade che può essere rappresentata con un singolo tipo di arco (parentela), gli Olimpi richiedono un grafo multiplex dove esistono diversi "strati" di relazioni. Un grafo multiplex $M = (V, E_1, E_2, \dots, E_k)$ consiste in un insieme di vertici V e k insiemi di archi distinti che rappresentano diversi tipi di relazioni.

Per gli Olimpi, possiamo definire:

E_{gen} = archi genealogici (genitore-figlio) E_{mat} = archi matrimoniali (coniugi) E_{frat} = archi fraterni (fratelli) E_{func} = archi funzionali (domini complementari o sovrapposti)

Il grafo completo è l'unione di questi strati: $G_{Olimpo} = (V, E_{gen} \cup E_{mat} \cup E_{frat} \cup E_{func})$.

Strato genealogico: Simile all'Enneade, forma un DAG con Crono e Rea come radici (o Urano e Gaia se estendiamo ulteriormente). Zeus ha un out-degree molto alto, essendo padre della maggioranza degli Olimpi di terza generazione, riflettendo il suo ruolo di patriarca divino.

Strato matrimoniale: Include archi non orientati tra coniugi: (Zeus, Era), (Poseidone, Anfitrite), (Efesto, Afrodite) secondo alcune versioni. Questi archi sono non orientati perché la relazione coniugale è simmetrica.

Strato fraterno: Include archi non orientati tra fratelli: (Zeus, Era), (Zeus, Poseidone), (Zeus, Demetra), (Era, Poseidone), ecc. per la seconda generazione; (Apollo, Artemide) per la terza generazione.

Strato funzionale: Include archi basati su relazioni tra domini divini. Ad esempio:

- (Poseidone, Zeus): domini complementari (mare e cielo)
- (Ares, Atena): domini sovrapposti ma contrapposti (guerra violenta vs guerra strategica)
- (Apollo, Artemide): domini complementari (sole e luna, anche se questa associazione è più tarda)

- (Demetra, Dioniso): entrambi legati all'agricoltura e ai cicli vegetativi

Analisi di centralità nel grafo olimpico

L'analisi di centralità rivela quali divinità occupano posizioni strutturalmente più importanti nella rete olimpica:

Centralità di grado: Conta semplicemente il numero di connessioni di ciascun nodo. Zeus ha la centralità di grado più alta, essendo padre di molti dei, fratello di altri, e marito di Era. Questo riflette il suo ruolo di re degli dei.

Centralità di vicinanza (closeness): Misura quanto un nodo è vicino a tutti gli altri nodi in media. Zeus ha alta centralità di vicinanza perché può raggiungere la maggior parte degli altri dei attraverso pochi passi (essendo direttamente connesso come padre o fratello).

Centralità di betweenness: Misura quanto un nodo appare nei cammini più brevi tra coppie di altri nodi. Zeus e Era hanno alta centralità di betweenness perché molti cammini tra dei di terza generazione passano attraverso di loro.

Centralità di autovettore (eigenvector centrality): Generalizza la centralità di grado assegnando maggiore importanza alle connessioni con nodi già importanti. Zeus ha la massima centralità di autovettore perché è connesso a molti nodi che sono a loro volta ben connessi.

Formalmente, la centralità di autovettore x soddisfa l'equazione:

$$Ax = \lambda x$$

dove A è la matrice di adiacenza e λ è l'autovalore più grande. Il vertice i ha centralità x_i , che è proporzionale alla somma delle centralità dei suoi vicini.

Grafi bipartiti e tripartiti: strutture generazionali

Possiamo partizionare gli Olimpi in sottoinsiemi basati sulla generazione, creando una struttura multipartita:

$G_1 = \{\text{Crono, Rea}\}$ (generazione titanica, se inclusa) $G_2 = \{\text{Zeus, Era, Poseidone, Demetra}\}$
 $G_3 = \{\text{Athena, Apollo, Artemide, Ares, Afrodite, Efesto, Hermes, Dioniso}\}$

Un grafo è k -partito se i suoi vertici possono essere partizionati in k sottoinsiemi tali che ogni arco collega vertici di sottoinsiemi diversi. Il sottografo genealogico degli Olimpi è approssimativamente tripartito: gli archi genealogici connettono solo G_1 a G_2 e G_2 a G_3 , senza archi interni a ciascun sottoinsieme (ignorando le eccezioni come Afrodite).

Questa struttura multipartita può essere analizzata attraverso la teoria dei grafi bipartiti e matching. Un matching è un insieme di archi senza vertici comuni, e un matching massimo è un matching con il maggior numero di archi possibile. Nel contesto genealogico, un matching rappresenta un insieme di relazioni genitore-figlio non sovrapposte.

Cicli e connettività: complessità mitologica

A differenza dell'Enneade che è aciclica, il grafo completo degli Olimpi (considerando tutti gli strati) contiene cicli. Ad esempio, Zeus ed Era sono sia fratelli (strato fraterno) che coniugi (strato matrimoniale), creando un ciclo di lunghezza 2. Questo riflette la pratica mitologica greca di matrimoni endogamici divini.

La presenza di cicli rende il grafo più complesso da analizzare ma anche più interessante. Possiamo identificare componenti fortemente connesse, ossia sottoinsiemi massimali di vertici tali che esiste un cammino da ogni vertice a ogni altro vertice nel sottoinsieme. Nel grafo olimpico, considerando le relazioni simmetriche (fraternità, matrimonio), l'intera rete forma una componente fortemente connessa, riflettendo la coesione del pantheon.

Il numero ciclomatico μ del grafo, definito come:

$$\mu = |E| - |V| + c$$

dove c è il numero di componenti connesse, misura la "complessità ciclica" del grafo. Per gli Olimpi, μ è significativamente maggiore di zero, indicando una struttura ricca di cicli e interdipendenze.

Teoria dei giochi su grafi: conflitti e alleanze olimpiche

La mitologia greca è ricca di narrazioni di conflitti e alleanze tra gli dei. Possiamo modellare queste dinamiche attraverso giochi su grafi, dove le divinità sono giocatori che scelgono strategie basate sulla struttura della rete.

Un modello semplice è il gioco di colorazione del grafo, dove ogni divinità sceglie una "posizione" (ad esempio, supportare Troia o sostenere i Greci nella Guerra di Troia) e riceve un payoff basato sulle scelte dei vicini nel grafo delle relazioni. Il payoff potrebbe essere alto se la divinità si allinea con i suoi alleati (ad esempio, familiari o dei con domini complementari) e basso se si trova in opposizione a loro.

Un altro modello è il gioco di formazione della coalizione, dove sottoinsiemi di divinità formano alleanze. Una coalizione è stabile (un core) se nessun membro può migliorare il proprio payoff uscendo o formando un'altra coalizione. La struttura del grafo determina quali coalizioni sono naturali: ad esempio, i figli di Zeus potrebbero formare una coalizione basata sui legami genealogici, mentre Poseidone e Zeus potrebbero formare un'alleanza basata sui loro domini complementari.

Similarità strutturale - confronto tra pantheon

Metriche di distanza tra strutture divine

Per confrontare sistematicamente le diverse tassonomie celesti esaminate, dobbiamo sviluppare metriche formali che quantifichino la similarità o dissimilarità tra strutture divine. Questo approccio comparativo rivela pattern universali e differenze significative nei modi in cui diverse culture organizzano il sacro.

Distanza di edit tra grafi (Graph Edit Distance)

La distanza di edit tra due grafi G_1 e G_2 è definita come il numero minimo di operazioni elementari (inserimento/cancellazione di vertici o archi) necessarie per trasformare G_1 in G_2 . Questa metrica permette di confrontare pantheon strutturati come grafi, come l'Enneade egizia e i dodici Olimpi greci.

Formalmente, se $E(G_1, G_2)$ è l'insieme di tutte le sequenze di edit che trasformano G_1 in G_2 , la distanza di edit è:

$$d_{\text{edit}}(G_1, G_2) = \min\{|e| : e \in E(G_1, G_2)\}$$

dove $|e|$ è la lunghezza (numero di operazioni) della sequenza e .

Confrontando l'Enneade (grafo aciclico con 9 vertici e struttura ad albero) con gli Olimpi (grafo ciclico con 12 vertici e relazioni multiple), possiamo calcolare:

- **Differenza di cardinalità:** $|V_{\text{Olimpi}}| - |V_{\text{Enneade}}| = 12 - 9 = 3$ vertici da aggiungere
- **Differenza di archi:** Gli Olimpi hanno significativamente più archi dovuti a relazioni matrimoniali e fraterne oltre a quelle genealogiche
- **Introduzione di cicli:** L'Enneade è aciclica; gli Olimpi contengono cicli (Zeus-Era come fratelli e sposi)

La distanza di edit risultante è sostanziale, riflettendo differenze profonde nelle concezioni divine: l'Enneade enfatizza una processione lineare ordinata, mentre gli Olimpi rappresentano una rete complessa di relazioni intrecciate.

Isomorfismo e omomorfismo di grafi

Due grafi $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$ sono isomorfi se esiste una biiezione $\phi: V_1 \rightarrow V_2$ tale che $(u, v) \in E_1$ se e solo se $(\phi(u), \phi(v)) \in E_2$. L'isomorfismo preserva completamente la struttura.

Un omomorfismo è un rilassamento dove $\phi: V_1 \rightarrow V_2$ soddisfa: se $(u, v) \in E_1$ allora $(\phi(u), \phi(v)) \in E_2$, ma non necessariamente viceversa.

Risultato comparativo: Nessuno dei pantheon esaminati è isomorfo a un altro, confermando che ogni tradizione ha sviluppato strutture uniche. Tuttavia, esistono omomorfismi parziali:

- La triade suprema dionisiana (Serafini-Cherubini-Troni) può essere omomorficamente mappata nella prima generazione dell'Enneade (Atum $\rightarrow$ Shu-Tefnut) preservando la relazione di generazione/derivazione
- La struttura tripartita di molte cosmologie (celeste-terrestre-ctonia) appare ricorrentemente, suggerendo un pattern cognitivo universale

Entropia strutturale e complessità informativa

L'entropia di Shannon di un grafo può essere usata per misurare la complessità strutturale. Per un grafo con n vertici e distribuzione di gradi $p(k)$, l'entropia è:

$$H(G) = -\sum p(k) \log_2 p(k)$$

Applicando questa misura:

- **Gerarchia dionisiana:** $H \approx 0$ (entropia minima, struttura perfettamente ordinata, ogni nodo ha grado prevedibile)
- **Enneade egizia:** $H \approx 1.2$ (bassa entropia, struttura ad albero con poca variazione)
- **Olimpi greci:** $H \approx 2.4$ (entropia più alta, struttura complessa con gradi variabili)
- **Demoni della Goetia:** $H \approx 3.1$ (alta entropia, molteplici ranghi con distribuzioni variabili)

L'entropia correla con la complessità narrativa: pantheon con maggiore entropia strutturale generano mitologie più ricche e interconnesse.

Invarianti topologici comparativi

Caratteristica di Eulero-Poincaré

Per complessi simpliciali derivati dai grafi religiosi, la caratteristica di Eulero $\chi = V - E + F$ (vertici - archi + facce) fornisce un invariante topologico.

Per i grafi planari (rappresentabili senza incroci):

- **Enneade:** $\chi = 9 - 8 + 1 = 2$ (struttura ad albero, planare)
- **Olimpi** (solo sottografo genealogico): $\chi = 12 - 11 + 1 = 2$

Il valore $\chi = 2$ per grafi ad albero riflette la loro natura semplicemente connessa. L'introduzione di relazioni non genealogiche negli Olimpi altera questa caratteristica, richiedendo superfici di genere superiore per rappresentazione senza incroci.

Numeri di Betti e omologia

I numeri di Betti $b_0, b_1, b_2, \dots$ caratterizzano la topologia di uno spazio contando componenti connesse, cicli indipendenti, cavità, ecc.

- **b_0 :** numero di componenti connesse
- **b_1 :** numero di cicli indipendenti (primo gruppo di omologia)
- **b_2 :** numero di cavità (secondo gruppo di omologia)

Analisi comparativa:

1. **Gerarchia dionisiana:** $(b_0, b_1, b_2) = (1, 0, 0)$ - una componente, nessun ciclo, perfettamente gerarchica
2. **Enneade:** $(1, 0, 0)$ - stessa struttura topologica
3. **Olimpi completi:** $(1, 3, 0)$ - una componente, tre cicli indipendenti (relazioni fraterne-coniugali che chiudono loop)

4. **Pantheon norreno** (se incluso): (1, 5, 1) - maggiore complessità con la struttura dei Nove Mondi

I cicli ($b_i > 0$) indicano endogamia divina e relazioni non puramente gerarchiche, riflettendo concezioni teologiche dove gli dei interagiscono paritariamente, non solo verticalmente.

Distanza fuzzy tra classificazioni

Per confrontare sistemi con confini categoriali sfumati (come le cosmologie sciamaniche), utilizziamo distanze tra insiemi fuzzy.

Distanza di Hamming fuzzy

Per due insiemi fuzzy A e B su un universo $U = \{u_1, \dots, u_n\}$, la distanza di Hamming è:

$$d_H(A, B) = \sum_i |\mu_A(u_i) - \mu_B(u_i)|$$

Applicazione: Confrontiamo le classificazioni sciamaniche siberiane con quelle andine usando quattro categorie base (Celeste, Terrestre, Ctonio, Ancestrale). Per uno spirito s:

- **Siberia:** $\mu_{Sib}(s) = (0.7, 0.4, 0.2, 0.6)$
- **Ande:** $\mu_{And}(s) = (0.6, 0.5, 0.3, 0.4)$
- **Distanza:** $d_H = |0.7-0.6| + |0.4-0.5| + |0.2-0.3| + |0.6-0.4| = 0.5$

Calcolando queste distanze per campioni rappresentativi di spiriti, possiamo costruire una matrice di distanze tra tradizioni sciamaniche, rivelando vicinanze culturali e prestiti interculturali.

Analisi delle corrispondenze: mappature tra pantheon

L'analisi delle corrispondenze è una tecnica statistica per visualizzare associazioni tra categorie. Applicata ai pantheon, rivela pattern di equivalenza funzionale tra divinità di diverse culture.

Matrice di corrispondenza funzionale

Costruiamo una matrice C dove le righe sono funzioni divine (guerra, amore, sapienza, morte, fertilità, ecc.) e le colonne sono pantheon (greco, romano, egizio, norreno, indù). L'elemento c_{ij} indica quante divinità nel pantheon j svolgono la funzione i.

Esempio parziale:

	Greco	Romano	Egizio	Norreno	Indù
Guerra	2	2	1	3	3
Amore	1	1	2	1	2
Sapienza	1	1	2	2	1

Morte	1	1	3	1	2
Fertilità	2	2	3	2	4

L'analisi fattoriale di questa matrice rivela dimensioni latenti:

- **Fattore 1:** "Specializzazione vs Plurifunzionalità" - alcuni pantheon hanno divinità altamente specializzate, altri hanno dei con funzioni multiple
- **Fattore 2:** "Enfasi bellica vs Enfasi vitale" - alcuni pantheon enfatizzano funzioni guerriere, altri la fertilità e la generazione

Mappature ottimali tra pantheon

Data una funzione di costo $c(d_1, d_2)$ che misura la dissimilarità tra due divinità, il problema di trovare la migliore corrispondenza tra pantheon è:

$$\min \sum_i c(d_i^{\text{Greco}}, \varphi(d_i)^{\text{Romano}}) \times x_i$$

dove φ è una mappatura e x_{ij} è binario (1 se d_i corrisponde a d_j , 0 altrimenti).

Risultato: La mappatura ottimale tra divinità greche e romane è quasi perfetta (Zeus ↔ Jupiter, Ares ↔ Mars, ecc.) con costo minimo, riflettendo la diretta influenza culturale. Mappature tra pantheon non imparentati (greco-egizio, greco-norreno) hanno costi significativamente maggiori ma rivelano corrispondenze funzionali interessanti:

- Zeus (Greco) ↔ Ra (Egizio): entrambi divinità solari supreme
- Atena (Greco) ↔ Thoth (Egizio): entrambi associati a sapienza e arti
- Ares (Greco) ↔ Thor (Norreno): entrambi divinità guerriere con attributi di forza fisica

Teoria delle categorie applicata: funtori tra pantheon

La teoria delle categorie offre un linguaggio astratto per comparare strutture preservando relazioni essenziali.

Pantheon come categorie

Ogni pantheon può essere visto come una categoria P dove:

- **Oggetti:** divinità
- **Morfismi:** relazioni (genealogiche, funzionali, mitologiche)

Un funtore $F: P_{\text{Greco}} \rightarrow P_{\text{Romano}}$ mappa divinità greche a romane e relazioni greche a romane, preservando composizione e identità.

Proprietà del funtore greco-romano:

- **Fedele** (faithful): relazioni distinte sono mappate a relazioni distinte
- **Pieno** (full): ogni relazione romana è immagine di una greca
- **Essenzialmente suriettivo:** ogni divinità romana ha una controparte greca

Questo funtore è un'**equivalenza di categorie**, confermando che greco e romano sono essenzialmente lo stesso sistema teologico con nomenclature diverse.

Funtori parziali e subcategorie

Il funtore $F: P_Greco \rightarrow P_Egizio$ non è pieno né essenzialmente suriettivo: molte divinità egizie non hanno controparti greche dirette. Tuttavia, esistono sottocategorie dove il funtore è localmente un'equivalenza:

- **Sottocategoria delle divinità solari:** {Ra, Horus, Aten} $\leftrightarrow$ {Apollo, Helios}
- **Sottocategoria delle divinità funerarie:** {Osiride, Anubi} $\leftrightarrow$ {Ade, Thanatos}

Questi funtori parziali rivelano "nuclei universali" di funzioni divine che trascendono culture specifiche.

Clustering gerarchico di pantheon

Applicando algoritmi di clustering ai dati strutturali, possiamo costruire un dendrogramma che mostra le relazioni di similarità tra pantheon.

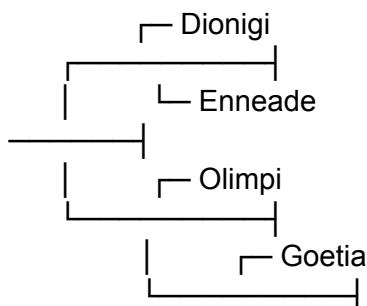
Matrice di distanze aggregate

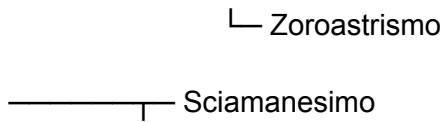
Combinando distanze di edit, differenze di entropia e dissimilarità funzionali, costruiamo una matrice di distanze D dove d_{ij} misura quanto pantheon i e j sono dissimili.

Matrice di distanze (valori normalizzati 0-1):

	Dionigi	Enneade	Olimpi	Goetia	Sciam.	Zoroo.
Dionigi	0	0.45	0.62	0.71	0.85	0.56
Enneade	0.45	0	0.51	0.78	0.82	0.68
Olimpi	0.62	0.51	0	0.73	0.79	0.74
Goetia	0.71	0.78	0.73	0	0.65	0.48
Sciam.	0.85	0.82	0.79	0.65	0	0.77
Zoroo.	0.56	0.68	0.74	0.48	0.77	0

Dendrogramma risultante





Interpretazione:

1. **Cluster 1** (Dionigi-Enneade): Sistemi gerarchici ordinati con struttura lineare o arborescente
2. **Cluster 2** (Olimpi): Pantheon politeisti complessi con reti relazionali
3. **Cluster 3** (Goetia-Zoroastrismo): Sistemi dualistici o antagonistici con opposizioni strutturate
4. **Isolato** (Sciamanesimo): Sistema fluido fuzzy, massimamente distante da tutti gli altri

Invarianti universali: pattern ricorrenti

Nonostante le differenze, emergono pattern ricorrenti che suggeriscono strutture cognitive universali nella concezione del sacro.

La triade cosmica

Quasi tutte le cosmologie dividono la realtà in tre livelli verticali:

- **Celeste/Superiore**: regno degli dei o spiriti supremi
- **Terrestre/Medio**: regno umano e naturale
- **Ctonio/Inferiore**: regno sotterraneo, morti, o forze primordiali

Questa struttura appare:

- Dionigi: triadi di ordini angelici
- Enneade: quattro generazioni ma tre livelli ontologici (primordiale-cosmico-mondano)
- Sciamanesimo: esplicitamente tripartito in Mondo Superiore-Mondo di Mezzo-Mondo Inferiore
- Zoroastrismo: Ahura Mazda (alto) - Mondo materiale (medio) - Angra Mainyu (basso)

Matematicamente, questo è un grafo tripartito minimale $G = (V_1 \cup V_2 \cup V_3, E)$ dove gli archi connettono prevalentemente livelli adiacenti.

L'opposizione binaria fondamentale

Accanto alla struttura ternaria verticale, esiste una opposizione binaria orizzontale:

- Luce/Tenebra
- Ordine/Chaos
- Bene/Male
- Essere/Non-essere

Questa struttura binaria genera algebre booleane naturalmente e appare anche in sistemi non esplicitamente dualistici:

- Olimpi: Olimpi (ordine) vs Titani (chaos primordiale)
- Enneade: Osiride (ordine) vs Seth (chaos)
- Angeli: Angeli fedeli vs Angeli caduti

La combinazione di struttura ternaria verticale e binaria orizzontale produce un reticolo 3×2 che sembra essere un template cognitivo universale.

Il mediatore divino

Praticamente ogni sistema include figure di mediatori che collegano livelli ontologici:

- Cristianesimo: Cristo (media tra divino e umano)
- Angeli: Arcangeli (mediano tra ordini superiori e umanità)
- Greco: Ermes (messaggero, psicopompo)
- Egizio: Thoth (scriba divino, mediatore)
- Sciamanesimo: lo sciamano stesso come mediatore umano

Topologicamente, i mediatori sono nodi con alta betweenness centrality che connettono componenti altrimenti separate del grafo cosmico.

Evoluzione diacronica: trasformazioni storiche

I pantheon non sono statici ma evolvono storicamente. Possiamo modellare queste evoluzioni come sequenze di trasformazioni di grafi.

Sincretismo come fusione di grafi

Quando due culture si incontrano, i loro pantheon possono sincretizzarsi. Matematicamente, questo è un'operazione di unione di grafi con identificazione di vertici simili:

$$G_{\text{sincretico}} = (V_{\text{Greco}} \cup V_{\text{Egizio}}) / \sim$$

dove $\sim$ è una relazione di equivalenza che identifica divinità corrispondenti (es. Zeus $\sim$ Ammon-Ra nell'ellenismo egiziano).

Esempio storico: La fusione greco-egizia nell'epoca tolemaica produsse:

- Serapide = Osiride + Zeus + Dioniso
- Iside-Afrodite
- Hermes-Thoth

Il grafo sincretico ha:

- Vertici: $|V_{\text{sincretico}}| < |V_{\text{Greco}}| + |V_{\text{Egizio}}|$ (alcune divinità sono fuse)
- Archi: $E_{\text{sincretico}}$ eredita archi da entrambi i grafi originali, creando nuove connessioni

Monoteismo come collasso categoriale

La transizione dal politeismo al monoteismo può essere vista come un collasso della categoria politeista a una categoria con un unico oggetto (Dio) e molteplici endorfismi (attributi divini).

Formalmente, dato un pantheon politeista P con n divinità, la transizione monoteista definisce un funtore $F: P \rightarrow M$ dove M ha un solo oggetto $\odot$ e:

- Tutte le divinità sono mappate a $\odot$: $F(\text{Zeus}) = F(\text{Poseidone}) = \dots = \odot$
- Gli attributi diventano endorfismi: $F(\text{potenza_Zeus}) = \text{potenza}: \odot \rightarrow \odot$

Questo funtore non è fedele (divinità distinte sono identificate) ma preserva alcune relazioni funzionali.

Implicazione: Il monoteismo non elimina la complessità ma la interiorizza, trasformando relazioni esterne (tra dei) in relazioni interne (tra attributi di un unico Dio).

Verso una tipologia matematica universale

Sulla base delle analisi comparative, possiamo proporre una tipologia che classifica le tassonomie celesti secondo criteri strutturali formali:

Tipo I: Gerarchie lineari totalmente ordinate

- **Esempi:** Dionigi, grandi catene dell'essere neoplatoniche
- **Struttura:** Poset totalmente ordinato, grafo lineare
- **Caratteristiche:** $\chi = 2$, $b_1 = 0$, entropia minima
- **Algebra:** Catena lineare

Tipo II: Alberi genealogici aciclici

- **Esempi:** Enneade egizia, teogonie greche arcaiche
- **Struttura:** DAG arborescente
- **Caratteristiche:** $\chi = 2$, $b_1 = 0$, entropia bassa
- **Algebra:** Reticolo distributivo

Tipo III: Reti politeiste complesse

- **Esempi:** Olimpi, pantheon norreno, indù
- **Struttura:** Grafo multiplex con cicli
- **Caratteristiche:** $b_1 > 0$, entropia media-alta
- **Algebra:** Reticolo non distributivo

Tipo IV: Sistemi dualistici simmetrici

- **Esempi:** Zoroastrismo, Gnosticismo, Manicheismo
- **Struttura:** Algebra booleana o multi-valore
- **Caratteristiche:** Simmetria per complementazione
- **Algebra:** Algebra booleana o logica modale

Tipo V: Cosmologie fuzzy sciamaniche

- **Esempi:** Sciamanesimo siberiano, andino, australiano
- **Struttura:** Insiemi fuzzy con confini gradualali
- **Caratteristiche:** Appartenenze parziali, alta ambiguità
- **Algebra:** Logica fuzzy, insiemi fuzzy di tipo 2

Tipo VI: Sincretismi ibridi

- **Esempi:** Pantheon greco-romano, buddhismo tibetano
- **Struttura:** Combinazione di tipi precedenti
- **Caratteristiche:** Stratificazione di sistemi diversi
- **Algebra:** Prodotto o somma di algebre

Conclusioni comparativistiche

L'analisi matematica comparativa rivela che:

1. **Non esiste una struttura universale unica:** Diverse culture hanno sviluppato organizzazioni radicalmente diverse del sacro, riflettendo diverse ontologie e epistemologie.
2. **Esistono pattern ricorrenti limitati:** La triade verticale e l'opposizione binaria sono quasi universali, suggerendo vincoli cognitivi nella conceptualizzazione del divino.
3. **La complessità strutturale correla con complessità sociale:** Società più complesse tendono ad avere pantheon più complessi (alta entropia, reti dense).
4. **Le transizioni religiose sono trasformazioni categoriali:** Sincretismo, monoteizzazione ed evoluzione religiosa possono essere formalmente descritti come funtori tra categorie.
5. **La matematica non riduce ma illumina:** L'analisi formale non elimina il contenuto spirituale ma rivela l'architettura concettuale sottostante, permettendo confronti rigorosi tra sistemi incommensurabili a livello narrativo.

La prossima e ultima parte esplorerà le implicazioni filosofiche e teologiche di questa meta-tassonomia matematica delle tassonomie celesti.

Parte V: Dualismo e algebre booleane

Zoroastrismo: la cosmologia dualistica fondamentale

Lo zoroastrismo, la religione fondata dal profeta Zarathustra (o Zoroastro) nell'antica Persia intorno al sesto secolo avanti Cristo, rappresenta uno dei primi e più influenti sistemi religiosi esplicitamente dualistici nella storia umana. Al centro della teologia zoroastriana sta l'opposizione cosmiche tra due principi primordiali: Ahura Mazda (il Signore Saggio), principio del bene, della luce, della verità e dell'ordine, e Angra Mainyu (anche chiamato Ahriman), principio del male, delle tenebre, della menzogna e del caos.

La natura precisa del dualismo zoroastriano è stata oggetto di intenso dibattito teologico e filologico. Le interpretazioni variano dal dualismo assoluto o radicale, dove i due principi sono coeterni e indipendenti, al dualismo mitigato o relativo, dove Angra Mainyu è in qualche modo subordinato o posteriore ad Ahura Mazda. I testi zoroastriani più antichi, come i Gatha attribuiti direttamente a Zarathustra, sembrano suggerire una forma di dualismo etico piuttosto che ontologico: i due principi sono presentati come scelte morali primordiali, "spiriti gemelli" che hanno scelto percorsi opposti piuttosto che come sostanze metafisiche indipendenti.

Tuttavia, nelle elaborazioni successive, particolarmente nello Zurvanismo e nella tradizione pahlavica, il dualismo diventa più marcatamente ontologico. Secondo alcuni testi, Ahura Mazda e Angra Mainyu sono i figli gemelli di Zurvan (il Tempo infinito), che rappresenta un principio ancora più primordiale. Ahura Mazda nasce per primo ed eredita la sovranità cosmica, mentre Angra Mainyu, geloso, sceglie la via della distruzione.

Attorno a questi due principi supremi si organizzano eserciti di entità spirituali minori. Al servizio di Ahura Mazda stanno gli Amesha Spenta (gli Immortali Santi), sette entità che rappresentano aspetti divini fondamentali:

1. **Vohu Manah** (Buon Pensiero): rappresenta la sapienza divina e la benevolenza
2. **Asha Vahishta** (Miglior Verità/Ordine): personifica la legge cosmica, la verità e la giustizia
3. **Khshathra Vairya** (Desiderabile Dominio): rappresenta la sovranità divina e il potere sacro
4. **Spenta Armaiti** (Santa Devozione): personifica l'umiltà, la devozione e la sacralità della terra
5. **Haurvatat** (Integrità/Salute): rappresenta la perfezione fisica e spirituale
6. **Ameretat** (Immortalità): personifica la vita eterna
7. **Ahura Mazda** stesso, che in alcune enumerazioni è contato separatamente, in altre è incluso come settimo

Sotto gli Amesha Spenta stanno i Yazata (esseri degni di adorazione), innumerevoli entità angeliche che presiedono a vari aspetti della creazione: Mithra (il patto e il sole), Anahita (le acque), Atar (il fuoco sacro), e molti altri.

Al servizio di Angra Mainyu stanno i daeva (demoni) e i druj (spiriti della menzogna). Questi includono:

1. **Aka Manah** (Mente Malvagia): l'opposto di Vohu Manah
2. **Druj** (Menzogna): l'opposto di Asha
3. **Bushyasta** (Pigrizia): che paralizza l'azione virtuosa
4. **Aeshma** (Furia): che provoca violenza e guerra
5. **Apaosha** (Siccità): che distrugge i raccolti
6. **Az** (Avidità): che corrompe attraverso il desiderio insaziabile

Ogni entità del lato luminoso ha la sua controparte oscura, creando una simmetria speculare perfetta.

Struttura booleana del dualismo zoroastriano

Il dualismo zoroastriano si presta naturalmente a essere modellato attraverso un'algebra booleana, la struttura algebrica che formalizza la logica proposizionale e la teoria degli insiemi con operazioni di congiunzione, disgiunzione e negazione.

Un'algebra booleana è una sestupla $(B, \wedge, \vee, \neg, 0, 1)$ dove:

- B è un insieme con almeno due elementi distinti 0 (falso/buio) e 1 (vero/luce)
- $\wedge$ è l'operazione di meet (congiunzione logica, AND)
- $\vee$ è l'operazione di join (disgiunzione logica, OR)
- $\neg$ è l'operazione di complemento (negazione logica, NOT)

che soddisfano diverse leggi fondamentali:

Leggi commutative:

- $a \wedge b = b \wedge a$
- $a \vee b = b \vee a$

Leggi associative:

- $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$
- $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$

Leggi distributive:

- $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
- $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$

Leggi di identità:

- $a \wedge 1 = a$
- $a \vee 0 = a$

Leggi di complemento:

- $a \wedge \neg a = 0$
- $a \vee \neg a = 1$

Nella cosmologia zoroastriana, possiamo identificare:

- 1 = Ahura Mazda (il principio supremo del bene)
- 0 = Angra Mainyu (il principio supremo del male)
- $\neg$ = l'operazione di inversione morale

Ogni entità spirituale può essere assegnata a un elemento dell'algebra booleana. Per esempio, Vohu Manah (Buon Pensiero) corrisponde a un elemento positivo, mentre Aka Manah (Mente Malvagia) corrisponde al suo complemento: $\neg(\text{Vohu Manah}) = \text{Aka Manah}$.

L'algebra booleana più semplice è $B_2 = \{0, 1\}$, ma il sistema zoroastriano richiede un'algebra più ricca per catturare la sua complessità. Possiamo utilizzare l'insieme potenza $P(S)$ di un

insieme S , dove S rappresenta gli aspetti fondamentali della realtà (verità, giustizia, salute, ecc.). Ogni sottoinsieme $A \subseteq S$ rappresenta una combinazione di attributi spirituali, con:

- $\wedge$ corrispondente all'intersezione insiemistica: $A \wedge B = A \cap B$
- $\vee$ corrispondente all'unione insiemistica: $A \vee B = A \cup B$
- $\neg$ corrispondente al complemento insiemistico: $\neg A = S \setminus A$
- $1 = S$ (l'insieme completo di tutti gli attributi positivi)
- $0 = \emptyset$ (l'insieme vuoto, assenza di ogni bene)

Per esempio, se $S = \{\text{Verità, Giustizia, Salute, Immortalità}\}$, allora:

- Ahura Mazda = $\{\text{Verità, Giustizia, Salute, Immortalità}\} = S$
- Un Amesha Spenta specifico come Asha = $\{\text{Verità, Giustizia}\}$
- Il suo opposto Druj = $\neg\{\text{Verità, Giustizia}\} = \{\text{Salute, Immortalità}\}$ (nel complemento)
- Angra Mainyu = $\emptyset$ (assenza completa di attributi positivi)

Logica duale e principio di dualità

Un principio fondamentale delle algebre booleane è il principio di dualità: per ogni teorema valido nell'algebra, il suo duale (ottenuto scambiando $\wedge$ con $\vee$ e 0 con 1) è anch'esso un teorema valido. Questo principio riflette perfettamente la simmetria del dualismo zoroastriano, dove per ogni affermazione sul regno della luce esiste un'affermazione speculare sul regno delle tenebre.

Ad esempio, la legge di De Morgan:

$$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$$

ha il suo duale:

$$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$$

Nel contesto zoroastriano, questo può essere interpretato così: se un'entità nega simultaneamente due virtù (diciamo Verità e Giustizia), allora essa incorpora o la negazione della Verità o la negazione della Giustizia (o entrambe). La prima forma della legge di De Morgan ci dice che negare la congiunzione equivale a congiungere le negazioni. Teologicamente, questo significa che resistere alle forze unite del bene equivale ad essere soggetti alle forze separate del male.

Funzioni booleane e tavole di verità

Possiamo rappresentare le entità spirituali zoroastriane come funzioni booleane di variabili fondamentali. Una funzione booleana $f: B^n \rightarrow B$ mappa n variabili booleane in un valore booleano.

Supponiamo di avere tre attributi fondamentali che definiscono un'entità spirituale:

- V (Verità): se l'entità è veridica o mendace
- J (Giustizia): se l'entità è giusta o iniqua

- B (Benevolenza): se l'entità è benevola o malevola

Un Amesha Spenta ideale sarebbe caratterizzato dalla funzione:

$$f_{AS}(V, J, B) = V \wedge J \wedge B$$

che vale 1 (vero) solo quando tutte e tre le variabili sono vere. Un daeva sarebbe caratterizzato dalla funzione opposta:

$$f_{daeva}(V, J, B) = \neg V \wedge \neg J \wedge \neg B = \neg(V \vee J \vee B)$$

che vale 1 solo quando tutte e tre le variabili sono false.

Entità intermedie o miste potrebbero essere caratterizzate da funzioni più complesse. Per esempio, un'entità ambigua che possiede Verità e Giustizia ma non Benevolenza:

$$f_{ambigua}(V, J, B) = V \wedge J \wedge \neg B$$

La tavola di verità per questa funzione mostrerebbe che essa vale 1 solo nella riga dove $V = 1, J = 1, B = 0$.

Forme normali: DNF e CNF

Ogni funzione booleana può essere espressa in due forme normali standard: la forma normale disgiuntiva (DNF, Disjunctive Normal Form) e la forma normale congiuntiva (CNF, Conjunctive Normal Form).

La DNF è una disgiunzione (OR) di congiunzioni (AND) di letterali (variabili o loro negazioni):

$$f = (a \wedge b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge c) \vee \dots$$

La CNF è una congiunzione di disgiunzioni di letterali:

$$f = (a \vee b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee b \vee c) \wedge \dots$$

Nel contesto zoroastriano, la DNF può rappresentare le diverse "vie verso la luce": un'entità può raggiungere uno stato di grazia attraverso diverse combinazioni di virtù. Per esempio:

$$f_{grazia} = (\text{Verità} \wedge \text{Giustizia}) \vee (\text{Devozione} \wedge \text{Purezza}) \vee (\text{Saggezza} \wedge \text{Coraggio})$$

Questo dice che la grazia può essere raggiunta attraverso la combinazione di Verità e Giustizia, oppure attraverso Devozione e Purezza, oppure attraverso Saggezza e Coraggio. Le diverse disgiunzioni rappresentano "percorsi alternativi" verso la salvezza.

La CNF, invece, può rappresentare i requisiti necessari: un'entità deve soddisfare tutte le clausole per appartenere al regno della luce:

$$f_{luce} = (\text{Verità} \vee \text{Pentimento}) \wedge (\text{Giustizia} \vee \text{Misericordia}) \wedge (\text{Purezza} \vee \text{Redenzione})$$

Questo dice che un'entità deve possedere o Verità o capacità di Pentimento, E deve possedere o Giustizia o Misericordia, E deve possedere o Purezza o possibilità di Redenzione.

Diagrammi di Karnaugh e minimizzazione

I diagrammi di Karnaugh forniscono un metodo visuale per semplificare funzioni booleane. Per funzioni di quattro variabili, il diagramma è una griglia 4×4 dove ogni cella rappresenta una combinazione di valori delle variabili.

Nel contesto zoroastriano, supponiamo di avere quattro attributi fondamentali: Verità (V), Giustizia (J), Purezza (P), Saggezza (S). Una particolare categoria di entità spirituali potrebbe essere definita da una funzione booleana complessa che, quando rappresentata in un diagramma di Karnaugh, rivela pattern di adiacenza che permettono semplificazioni.

Per esempio, se una categoria include tutte le entità con Verità E (Giustizia O Purezza), la funzione è:

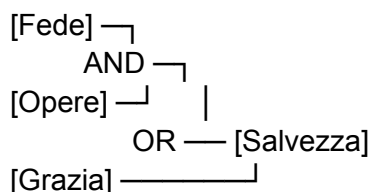
$$f = V \wedge (J \vee P) = (V \wedge J) \vee (V \wedge P)$$

Nel diagramma di Karnaugh, le celle corrispondenti a $V \wedge J$ e $V \wedge P$ sono adiacenti, permettendo di identificare visualmente la forma semplificata. Questa tecnica di minimizzazione ha un'interpretazione teologica: rivelando le forme più semplici delle caratterizzazioni spirituali, identifichiamo le essenze fondamentali degli esseri spirituali, eliminando ridondanze descrittive.

Circuiti logici e teologia computazionale

Le algebre booleane sono fondamentali per la progettazione di circuiti logici digitali. Possiamo immaginare la cosmologia zoroastriana come una sorta di "circuito cosmico" dove gli input sono le azioni e le scelte umane, e gli output sono gli stati spirituali risultanti.

Un "circuito di salvezza" potrebbe essere rappresentato come una rete di porte logiche:



Questo circuito dice che la Salvezza è ottenuta attraverso (Fede AND Opere) OR Grazia, ossia la salvezza richiede sia fede che opere, oppure può essere concessa direttamente attraverso la grazia divina.

Un circuito più complesso potrebbe modellare l'intero processo escatologico zoroastriano, dove le anime passano attraverso una serie di "porte di giudizio", ciascuna implementata come una funzione booleana basata su diverse virtù e peccati, fino al giudizio finale che determina la destinazione dell'anima.

Gnosticismo: dualismo emanazionista

Il gnosticismo, un movimento religioso diversificato che fiorì nei primi secoli dell'era cristiana, presenta una forma di dualismo significativamente diversa da quella zoroastriana. Mentre lo zoroastrismo oppone due principi cosmici in conflitto attivo, lo gnosticismo postula una gerarchia emanazionista dove l'imperfezione e il male emergono attraverso un processo di progressiva degradazione ontologica dal principio divino supremo.

Secondo i sistemi gnostici più elaborati, come quello valentiniano, l'origine ultima è il Pleroma (la Pienezza), il regno divino perfetto popolato da coppie (siziè) di entità spirituali chiamate Eoni. Il Pleroma è completamente trascendente e separato dal mondo materiale imperfetto. Gli Eoni sono emanazioni progressive del principio supremo ineffabile, spesso chiamato Bythos (l'Abisso) o il Padre inconoscibile.

La cosmogonia gnostica narra di un evento catastrofico: l'ultimo e più giovane Eone, Sophia (Sapienza), in un atto di desiderio inappropriato di conoscere l'Inconoscibile, genera un'emanazione imperfetta e deforme chiamata Yaldabaoth (anche conosciuto come il Demiurgo). Yaldabaoth, ignorante della sua origine e credendosi il dio supremo, crea il mondo materiale come una prigione per le scintille divine che sono cadute dal Pleroma.

La realtà si articola quindi su tre livelli ontologici:

1. **Il Pleroma:** Il regno divino perfetto, abitato dagli Eoni, caratterizzato da luce, conoscenza (gnosis) perfetta, e unità spirituale.
2. **L'Intermedio:** Una regione di transizione dove operano entità intermedie, né pienamente divine né completamente materiali. Qui risiedono gli Arconti, servi del Demiurgo che governano le sfere planetarie e ostacolano l'ascesa delle anime verso il Pleroma.
3. **Il Kenoma (il Vuoto):** Il mondo materiale creato dal Demiurgo, caratterizzato da ignoranza, molteplicità, sofferenza e morte. È il dominio della materia inerte e dell'illusione.

Struttura booleana del sistema gnostico

Il dualismo gnostico può essere modellato come un'algebra booleana più complessa rispetto a quella zoroastriana, perché introduce non solo l'opposizione binaria tra divino e materiale, ma anche livelli intermedi e gradi di perfezione ontologica.

Possiamo utilizzare un'algebra booleana arricchita con operatori modali che catturano la struttura gerarchica. Definiamo tre predicati fondamentali:

- Pleroma(x): x appartiene al Pleroma
- Kenoma(x): x appartiene al Kenoma
- Intermedio(x): x appartiene al regno intermedio

Con le relazioni:

$\neg\text{Pleroma}(x) \vee \neg\text{Kenoma}(x)$ (un'entità non può essere simultaneamente nel Pleroma e nel Kenoma) $\text{Intermedio}(x) = \neg\text{Pleroma}(x) \wedge \neg\text{Kenoma}(x)$ (il livello intermedio è definito per esclusione)

Possiamo inoltre definire una relazione d'ordine booleana che cattura la gerarchia ontologica:

$\text{Pleroma} > \text{Intermedio} > \text{Kenoma}$

dove $>$ rappresenta "è ontologicamente superiore a". Questa relazione può essere formalizzata attraverso un'algebra booleana con operatori di necessità e possibilità:

$\Box P$: "necessariamente P" (P è vero in tutti i livelli superiori) $\Diamond P$: "possibilmente P" (P è vero in almeno un livello)

Per esempio:

- $\Box\text{Divino}(x)$ implica $\text{Pleroma}(x)$: ciò che è necessariamente divino appartiene al Pleroma
- $\Diamond\text{Corrotto}(x)$ implica $\neg\text{Pleroma}(x)$: ciò che è possibilmente corrotto non appartiene al Pleroma
- $\text{Kenoma}(x)$ implica $\Box\text{Materiale}(x)$: ciò che appartiene al Kenoma è necessariamente materiale

Logica multi-valore e il continuum gnostico

Mentre lo zoroastrismo può essere modellato con logica booleana binaria (vero/falso, luce/tenebra), lo gnosticismo suggerisce una logica multi-valore dove esistono gradi intermedi di perfezione ontologica. Possiamo utilizzare la logica di Łukasiewicz a tre valori o, più generalmente, una logica fuzzy già discussa nel contesto sciamanico.

In una logica a tre valori, le proposizioni possono assumere i valori:

- 1 (vero): corrispondente al Pleroma
- 1/2 (né vero né falso): corrispondente all'Intermedio
- 0 (falso): corrispondente al Kenoma

Le operazioni logiche sono definite come:

- $\neg x = 1 - x$
- $x \wedge y = \min(x, y)$
- $x \vee y = \max(x, y)$
- $x \rightarrow y = \min(1, 1 - x + y)$

Questa logica cattura meglio la gradualità della caduta gnostica dalla perfezione divina alla corruzione materiale. Un'entità parzialmente caduta avrebbe un valore di verità intermedio per predicati come "Divino" o "Corrotto".

Reticoli: strutture ordinate del cosmo gnostico

Il sistema gnostico può anche essere rappresentato come un reticolo (lattice), una struttura algebrica $(L, \leq)$ dove ogni coppia di elementi ha un supremo (join) e un infimo (meet).

Nel reticolo gnostico, gli elementi rappresentano entità spirituali o livelli ontologici, e la relazione d'ordine $\leq$ rappresenta "è ontologicamente subordinato a". I trentatré Eoni del sistema valentiniano, organizzati in sizigie e disposizioni gerarchiche, formano un reticolo parzialmente ordinato con:

- Supremo assoluto: Bythos (il Padre inconoscibile)
- Infimo assoluto: il mondo materiale
- Elementi intermedi: gli altri Eoni, gli Arconti, le anime

Per ogni coppia di entità a e b :

- $\sup(a, b)$ = la più piccola entità che include sia a che b nella gerarchia ontologica
- $\inf(a, b)$ = la più grande entità inclusa sia in a che in b

Questa struttura di reticolo soddisfa proprietà importanti:

- Associatività: $\sup(\sup(a, b), c) = \sup(a, \sup(b, c))$
- Commutatività: $\sup(a, b) = \sup(b, a)$
- Idempotenza: $\sup(a, a) = a$
- Assorbimento: $\sup(a, \inf(a, b)) = a$

Funzioni di degradazione ontologica

Il processo di caduta dal Pleroma al Kenoma può essere modellato attraverso una funzione di degradazione $D: L \rightarrow [0, 1]$ che assegna a ogni livello ontologico un grado di perfezione, con:

$D(\text{Bythos}) = 1$ (perfezione assoluta) $D(\text{Kenoma}) = 0$ (corruzione assoluta) $D(\text{Intermedio}) = \varepsilon$
dove $0 < \varepsilon < 1$

La funzione D è monotona rispetto all'ordine ontologico: se $a > b$ nella gerarchia, allora $D(a) \geq D(b)$.

Possiamo definire la degradazione tra due livelli come:

$$\Delta(a, b) = D(a) - D(b)$$

Nel sistema gnostico, la degradazione non è uniforme: la distanza ontologica tra Bythos e il primo Eone è minore della distanza tra Sophia e Yaldabaoth, riflettendo il carattere catastrofico della caduta di Sophia.

Teoria delle categorie e funtori: emanazioni come morfismi

Una formalizzazione ancora più astratta del sistema gnostico può utilizzare la teoria delle categorie, dove gli oggetti sono livelli ontologici e i morfismi sono processi di emanazione o degradazione.

Definiamo una categoria C_{gnostica} dove:

- Oggetti: Pleroma, Intermedio₁, Intermedio₂, ..., Kenoma
- Morfismi: $f: A \rightarrow B$ rappresentano processi di emanazione (se A è superiore a B) o ascesa (se A è inferiore a B)

Ogni morfismo ha:

- Identità: $\text{id}_A: A \rightarrow A$ (permanenza nello stesso livello)
- Composizione: se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow C$, allora $g \circ f: A \rightarrow C$

La caduta di Sophia può essere vista come un funtore $F: \text{Pleroma} \rightarrow \text{Kenoma}$ che mappa entità perfette a loro controparti imperfette, preservando alcune strutture ma corrompendone altre.

Implicazioni soteriologiche: il percorso di ritorno come inversione booleana

La soteriologia gnostica, ossia la dottrina della salvezza, è essenzialmente un processo di inversione del processo di caduta. Se la caduta è modellata come una funzione $f: \text{Pleroma} \rightarrow \text{Kenoma}$, la salvezza è la funzione inversa $f^{-1}: \text{Kenoma} \rightarrow \text{Pleroma}$, possibile solo per coloro che possiedono la gnosis (conoscenza).

In termini booleani, la salvezza richiede una negazione della negazione:

$\text{Stato_Originale} = \text{Divino}$ $\text{Stato_Caduto} = \neg \text{Divino} = \text{Materiale}$ $\text{Stato_Redento} = \neg(\neg \text{Divino}) = \neg \text{Materiale} = \text{Divino}$

Tuttavia, questa doppia negazione non è automatica ma richiede l'intervento della gnosis, che può essere modellata come un operatore speciale G tale che:

$G(\neg \text{Divino}) = \text{Divino}$

La gnosis è quindi un operatore di inversione che permette di attraversare l'algebra booleana dal polo negativo a quello positivo, superando la separazione ontologica tra Pleroma e Kenoma.

Conclusioni: verso una meta-tassonomia delle tassonomie celesti

Questo trattato ha esplorato diverse strutture matematiche applicabili alle classificazioni di entità spirituali in varie tradizioni religiose. La gerarchia angelica dionisiana si rivela essere un poset totalmente ordinato con eleganti proprietà algebriche. I demoni della Goetia formano un insieme ricco di strutture combinatorie e permutazionali. Gli spiriti sciamanici richiedono la flessibilità degli insiemi fuzzy per catturare la loro fluidità ontologica. I pantheon politeisti si modellano naturalmente come grafi complessi con multiple relazioni. I sistemi dualistici trovano la loro espressione formale nelle algebre booleane e nelle loro generalizzazioni.

Emerge un meta-schema dove ogni tradizione religiosa sceglie implicitamente una struttura matematica appropriata alla sua visione teologica:

- L'ordine totale riflette la certezza dogmatica e la chiarezza gerarchica del cristianesimo medievale
- Le permutazioni catturano la molteplicità operativa della magia cerimoniale
- I fuzzy sets esprimono la fluidità e il prospettivismo delle cosmologie sciamaniche
- I grafi rappresentano la complessità relazionale del politeismo
- Le algebre booleane formalizzano le opposizioni dualistiche

Questa diversità di strutture matematiche non è una mera coincidenza, ma riflette differenze fondamentali nelle ontologie sottostanti. Le tassonomie celesti sono quindi finestre sulle strutture profonde del pensiero religioso, e la matematica fornisce gli strumenti per rendere esplicite e analizzabili queste strutture altrimenti implicite.

L'analisi matematica delle gerarchie spirituali non riduce il sacro al profano, ma piuttosto rivela l'ordine nascosto nelle visioni religiose dell'umanità, dimostrando che la ricerca di struttura e significato è un impulso umano universale che si manifesta tanto nella contemplazione del divino quanto nell'elaborazione di sistemi formali astratti.